Résultats d'apprentissage et standards d'évaluation pour Mathématiques pures 20

2003

Alberta
LEARNING
Direction de l'éducation française

DONNÉES DE CATALOGAGE AVANT PUBLICATION (ALBERTA LEARNING)

Alberta. Alberta Learning. Direction de l'éducation française.
Résultats d'apprentissage et standards d'évaluation pour Mathématiques pures 20.

ISBN 0-7785-2608-9

1. Mathématiques – Étude et enseignement (Secondaire) – Alberta.
2. Mathématiques – Étude et enseignement (Secondaire) – Évaluation – Alberta.
I. Titre.

QA14C22.A3 2003 372.7

Pour obtenir de plus amples renseignements, communiquer avec :

Direction de l'éducation française
Alberta Learning
Édifice 44 Capital Boulevard
10044 – 108e Rue
Edmonton (Alberta) T5J 5E6
Tél. : (780) 427-2940 à Edmonton ou
Sans frais en Alberta en composant le 310-0000
Téléc. : (780) 422-1947
Courriel : DEF@edc.gov.ab.ca

Remarque. – Dans cette publication, les termes de genre masculin utilisés pour désigner des personnes englobent à la fois les femmes et les hommes. Ils sont utilisés uniquement dans le but d'alléger le texte et ne visent aucune discrimination.

Ce document est destiné aux personnes suivantes :

Personnel administratif	
Conseillers	
Grand public	
Conseils d'école	
Parents	
Élèves	
Enseignants	✓

Copyright © 2003, la Couronne du chef de la province d'Alberta, représentée par le ministre d'Alberta Learning, Alberta Learning, Édifice 44 Capital Boulevard, 10044 – 108e Rue, Edmonton (Alberta) T5J 5E6. Tous droits réservés. En vente par l'entremise du Learning Resources Centre, 12360 – 142e Rue, Edmonton, Alberta, T5L 4X9, téléphone : (780) 427-2767, télécopieur : (780) 422-9750.

Le titulaire du droit d'auteur, Alberta Learning, autorise par la présente la reproduction de ce document, en tout ou en partie, à des fins éducatives et sans but lucratif, sauf en ce qui a trait aux sections dont il ne détient pas les droits d'auteur.

104-05263/

REMERCIEMENTS

Le présent document est le fruit des efforts collectifs d'enseignants de l'Alberta et d'employés d'Alberta Learning. Nous remercions vivement les autorités scolaires désignées ci-après de leur collaboration.

Battle River Regional Division No. 31
Black Gold Regional Division No. 18
Buffalo Trail Regional Division No. 28
Calgary Roman Catholic Separate School District No. 1
Calgary School District No. 19
Christ the Redeemer Catholic Separate Regional Division No. 3
Clearview School Division No. 71
Edmonton Catholic Separate School District No. 7
Edmonton School District No. 7
Elk Island Public Schools Regional Division No. 14
Fort McMurray Roman Catholic Separate School District No. 32
Fort McMurray School District No. 2833
Golden Hills School Division No. 75
Grande Prairie Roman Catholic Separate School District No. 28
Grande Prairie Public School District No. 2357
Grande Yellowhead Regional Division No. 35
Lakeland Roman Catholic Separate School District No. 150
Lethbridge School District No. 51
Livingstone Range School Division No. 68
Medicine Hat School District No. 76
Northern Gateway Regional Division No. 10
Northern Lights School Division No. 69
Parkland School Division No. 70
Red Deer Catholic Regional Division No. 39
Red Deer School District No. 104
Rocky View School Division No. 41
St. Thomas Aquinas Roman Catholic Separate Regional Division No. 38
Wetaskiwin Regional Division No. 11
Wolf Creek School Division No. 72
Yellowhead Tribal Council

L'équipe d'Alberta Learning participant au projet était constituée de représentants de la Curriculum Branch, de la Direction de l'éducation française, de la Learner Assessment Branch, de la Learning and Teaching Resources Branch et de la Learning Technologies Branch.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

TABLE DES MATIÈRES

Remerciements iii
Introduction 1
Objet 1
Définitions et terminologie 1

Standards du cours de Mathématiques pures 20 3
Plans d'évaluation, pondération proposée et plans d'ensemble 5
Corrélation des thèmes et de la ressource de base 7
Exigences technologiques 8
Conventions mathématiques utilisées dans les exemples de tâches 9
Relations entre les standards d'évaluation et les résultats d'apprentissage 10

Standards relatifs aux systèmes linéaires et non linéaires 13
Standards relatifs aux équations et aux fonctions quadratiques 31
Standards relatifs aux autres équations et fonctions non linéaires et polynomiales 51
Standards relatifs au raisonnement formel 77
Standards relatifs aux cercles et à la géométrie analytique 95
Standards relatifs à la finance 115

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

©Alberta Learning, Alberta, Canada (2003)

INTRODUCTION

La mise en œuvre officielle du cours de Mathématiques pures 20 a eu lieu en septembre 1999. Les enseignants chargés de donner ce cours ont signalé la nécessité de veiller à une interprétation uniforme du programme d'études et des standards d'évaluation s'y rapportant. Le présent document a été préparé en conséquence, et conformément à son objectif d'établir et de communiquer des résultats d'apprentissage clairs et des standards rigoureux dans chaque champ d'apprentissage.

OBJET

On trouvera ci-après des exemples de tâches se rapportant aux résultats d'apprentissage spécifiques énoncés dans le programme d'études du cours de Mathématiques pures 20, ainsi que des renseignements et des observations complémentaires sur les standards. Comme son titre – *Résultats d'apprentissage et standards d'évaluation pour Mathématiques pures 20* – l'indique, le présent document vise à fournir aux enseignants du cours des standards clairs pour guider l'enseignement et l'évaluation. Ce n'est ni un instrument d'évaluation ni une trousse d'examen. Il s'agit plutôt d'un guide où l'on trouvera des modèles de tâches à assigner aux élèves ou de sujets de discussion à aborder en classe. Les exemples de tâches cités sont destinés aux enseignants. Ils peuvent aussi servir à illustrer pour le public intéressé à l'éducation, les travaux d'élèves jugés de niveau acceptable ou de niveau d'excellence en ce qui concerne le cours de Mathématiques pures 20.

DÉFINITIONS ET TERMINOLOGIE

Standards

Un *standard* est un point de repère utilisé pour la planification et l'évaluation. Dans le domaine de l'enseignement, l'évaluation du rendement est fonction de divers standards :

- *standards du programme d'études* et *standards d'évaluation*, lorsqu'il s'agit de l'évaluation individuelle des élèves;
- *standards de rendement*, lorsqu'il s'agit de l'évaluation d'une population scolaire.

Le présent document porte sur les *standards du programme d'études* et *standards d'évaluation* seulement.

Standards du programme d'études

Les *standards du programme d'études* se définissent par les résultats d'apprentissage d'un cours ou d'une année d'un programme. Dans le cas du cours de Mathématiques pures 20, ils sont exprimés par les résultats d'apprentissage généraux et les résultats d'apprentissage spécifiques énoncés dans le programme d'études.

Résultats d'apprentissage

Les *résultats d'apprentissage généraux* sont des énoncés concis indiquant ce que l'élève est censé savoir et être capable de faire à la fin d'un cours ou d'une année d'un programme.

Les *résultats d'apprentissage spécifiques* sont des énoncés précisant les connaissances, habiletés et attitudes qui contribuent à un résultat d'apprentissage général. Ils cernent toute une gamme de contextes auxquels s'appliquent les résultats d'apprentissage généraux.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Standards d'évaluation

Les *standards d'évaluation* sont les critères utilisés pour juger le rendement individuel de l'élève par rapport aux standards du programme d'études.

Instrument d'évaluation

Un *instrument d'évaluation* est un groupe de questions posé aux élèves ou de tâches assignées aux élèves permettant de déterminer si l'élève a atteint le standard acceptable ou le standard d'excellence.

Plan d'ensemble

Un *plan d'ensemble* est une classification des questions ou tâches constituant un instrument d'évaluation particulier ou un plan d'évaluation. La classification peut être faite en fonction des standards (acceptable ou d'excellence), de la matière à étudier (par thème ou titre), de la maîtrise des mathématiques (concepts, méthodes, habileté à résoudre des problèmes) ou de tout autre critère du genre.

Compréhension des concepts

Les tâches conçues pour évaluer la *compréhension des concepts* sont caractérisées par l'utilisation de verbes comme définir, démontrer, décrire, développer, établir, expliquer, donner, identifier, illustrer, faire un lien, reconnaître et représenter.

Connaissance des méthodes

Les tâches conçues pour évaluer la *connaissance des méthodes* sont caractérisées par l'utilisation de verbes comme faire une approximation, calculer, construire, estimer, décomposer en facteurs, situer, rationaliser, simplifier, esquisser, résoudre, utiliser et vérifier.

Habileté à résoudre des problèmes

Habileté à résoudre des problèmes s'entend de la construction de modèles décrivant des applications dans un grand éventail de contextes, de la combinaison d'algorithmes pour formuler des solutions plus compliquées et de l'utilisation de moyens techniques qui conviennent pour faire une approximation des modèles difficiles ou effectuer de longs calculs. Sont également désignées par ce vocable, l'étude de phénomènes, la collecte et l'interprétation de données dans divers contextes et l'application de ses connaissances en mathématiques à d'autres domaines de l'activité humaine. Les tâches de résolution de problèmes sont caractérisées par l'utilisation de verbes comme adapter, analyser, combiner, communiquer, comparer, relier, construire, dériver, évaluer, ajuster, étudier, justifier, modéliser, prouver, reconstruire et traduire.

©Alberta Learning, Alberta, Canada (2003)

STANDARDS DU COURS DE MATHÉMATIQUES PURES 20

Le programme d'études du cours de Mathématiques pures 20 précise les concepts et les habiletés que tous les élèves doivent maîtriser et les attitudes qu'ils doivent développer. Il énonce en outre des résultats d'apprentissage spécifiques à escompter en ce qui concerne la résolution de problèmes et l'utilisation de la technologie. Pour une description plus détaillée de ce que couvre le cours de Mathématiques pures 20, consulter le programme d'études.

Le cours de Mathématiques pures 20 est conçu pour faire directement suite au cours de Mathématiques pures 10. Les élèves qui le suivent sont donc censés avoir atteint au moins le standard acceptable à l'égard des résultats d'apprentissage de ce cours. Plus précisément, ils n'ont pas de difficulté à se servir d'une calculatrice à affichage graphique pour produire des graphiques de fonctions et peuvent procéder de différentes façons pour additionner, soustraire, multiplier, diviser ou simplifier des expressions rationnelles et polynomiales. Ils sont capables d'utiliser diverses méthodes de la géométrie analytique pour déterminer les propriétés de droites et de segments de droite.

Les standards d'évaluation établis pour le cours de Mathématiques pures 20 incluent une description du rendement conforme au niveau acceptable et au niveau d'excellence. L'enseignant devrait mesurer le rendement de chaque élève d'après une gamme d'activités, certaines mettant l'accent sur des tâches courantes, dans des contextes familiers, et d'autres, sur des tâches inhabituelles, dans des contextes qui sortent de l'ordinaire.

Standard acceptable

Pour atteindre le *standard acceptable* dans le cadre du cours de Mathématiques pures 20, l'élève doit obtenir une note de 50 % à 79 % inclusivement. Ordinairement, l'élève qui obtient pareille note a acquis de nouvelles habiletés et une connaissance élémentaire des concepts et méthodes correspondant aux résultats d'apprentissage généraux et spécifiques définis dans le programme d'études du cours de Mathématiques pures 20. Il peut appliquer les connaissances acquises à une gamme limitée de contextes familiers de résolution de problèmes.

Standard d'excellence

Pour atteindre le *standard d'excellence* dans le cadre du cours de Mathématiques pures 20, l'élève doit obtenir une note égale ou supérieure à 80 %. Ordinairement, l'élève qui obtient pareille note possède une connaissance étendue et approfondie des concepts et méthodes pertinents et est capable d'appliquer les connaissances acquises à une vaste gamme de contextes de résolution de problèmes, aussi bien inhabituels que familiers. Ce standard suppose un rendement excellent en ce qui a trait aux résultats d'apprentissage généraux et spécifiques précisés dans le programme d'études du cours de Mathématiques pures 20.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Description des standards

Les énoncés qui suivent décrivent ce qui est attendu des élèves inscrits au cours de Mathématiques pures 20 qui atteignent le *standard acceptable* ou le *standard d'excellence* pour un travail individuel. Ils représentent les standards selon lesquels le rendement de l'élève est évalué.

Standard acceptable	***Standard d'excellence***
L'élève qui atteint le *standard acceptable* du cours de Mathématiques pures 20 accomplit régulièrement, de façon acceptable, des tâches simples et courantes dans des contextes familiers.	L'élève qui atteint le *standard d'excellence* dans le cadre du cours de Mathématiques pures 20 accomplit régulièrement, de façon excellente, des tâches simples et courantes dans des contextes familiers et, de façon acceptable, des tâches inhabituelles dans des contextes sortant de l'ordinaire.
Il donne la preuve d'une compréhension élémentaire des concepts et méthodes décrits dans le programme d'études. Il manifeste sa compréhension de la matière enseignée à l'aide de symboles, d'images ou de choses concrètes et peut effectuer la conversion d'une forme d'expression à l'autre. Il exécute les opérations mathématiques et utilise les méthodes formant la base du cours de Mathématiques pures 20. Il sait appliquer ses connaissances dans les contextes de la vie quotidienne.	Il donne la preuve d'une connaissance approfondie des concepts et méthodes décrits dans le programme d'études. Il manifeste sa compréhension de la matière enseignée à l'aide de symboles, d'images et de choses concrètes et peut passer d'une forme d'expression à l'autre. Il exécute les opérations mathématiques et utilise les méthodes formant la base du cours de Mathématiques pures 20. Il sait appliquer ses connaissances dans les contextes de la vie quotidienne et propose d'autres méthodes de résolution du problème pour vérifier les résultats.
L'élève qui atteint le *standard acceptable* communique le contexte mathématique de façon compréhensible, en se servant de termes courants et mathématiques appropriés. Il comprend les questions mathématiques présentées au moyen d'objets, de diagrammes ou de nombres dans des contextes familiers et peut construire des modèles mathématiques.	L'élève qui atteint le *standard d'excellence* communique clairement le contexte mathématique, en se servant de nombres, de diagrammes et de termes mathématiques appropriés. Il comprend les questions mathématiques présentées au moyen d'objets, de diagrammes ou de nombres dans des contextes inhabituels aussi bien que familiers et construit des modèles mathématiques, en traduisant les mots en nombres, diagrammes, tableaux, équations et variables appropriés.
L'élève répondant au *standard acceptable* est capable de mettre ses connaissances en pratique pour résoudre des problèmes peu complexes dans des contextes familiers et d'analyser des modèles mathématiques simples. Il décrit les étapes franchies pour résoudre un problème donné et sait vérifier et défendre la solution à laquelle il est arrivée.	L'élève répondant au *standard d'excellence* est capable de mettre ses connaissances en pratique pour résoudre des problèmes inhabituels aussi bien que courants dans des contextes variés. Il décrit les étapes franchies pour résoudre un problème donné, sait défendre la solution à laquelle il est arrivée et peut, s'il y a lieu, suggérer une autre méthode de résolution pour vérifier les résultats.
L'élève qui atteint le *standard acceptable* a une attitude positive face aux mathématiques et donne l'impression de savoir où il s'en va quand il se sert des mathématiques. Il fait preuve de confiance en soi quand il utilise des méthodes mathématiques courantes et qu'il applique des stratégies de résolution de problèmes dans des contextes familiers.	L'élève qui atteint le *standard d'excellence* a une attitude positive face aux mathématiques et il fait preuve de confiance en utilisant les mathématiques de façon significative. Il est motivé, prêt à prendre des risques et fait preuve de persévérance quand il résout des problèmes inusités. Il prend l'initiative d'essayer de nouvelles méthodes et résout de façon ingénieuse des problèmes posés.

©Alberta Learning, Alberta, Canada (2003)

PLANS D'ÉVALUATION, PONDÉRATION PROPOSÉE ET PLANS D'ENSEMBLE

Ces plans d'évaluation et plans d'ensemble fournissent des lignes directrices générales pour l'évaluation globale des élèves qui suivent le cours de Mathématiques pures 20.

Pondération proposée par thème		
Thème	**Résultats d'apprentissage spécifiques (Sommaire)**	**Pondération proposée**
Les systèmes linéaires et non linéaires	1.1 Tracer le graphique d'inéquations linéaires à deux variables. 1.2 Résoudre des systèmes d'équations linéaires à deux variables : • algébriquement par éliminations et substitutions, et • graphiquement. 1.3 Résoudre un système d'équations non linéaires, en utilisant les outils technologiques appropriés. 1.4 Résoudre un système d'équations linéaires à trois variables : • algébriquement, • en utilisant les outils technologiques.	10 % – 12 %
Les équations et les fonctions quadratiques	2.1 Déterminer les caractéristiques suivantes du graphique d'une fonction quadratique : • le sommet, • le domaine et l'image, • l'axe de symétrie, • les coordonnées à l'origine. 2.2 Établir le lien entre les transformations algébriques et graphiques des fonctions quadratiques en complétant le carré au besoin. 2.3 Utiliser des fonctions quadratiques pour illustrer des situations du quotidien. 2.4 Résoudre des équations quadratiques et faire le lien avec les zéros des fonctions quadratiques correspondantes, en utilisant : • la factorisation, • la formule quadratique, • le graphique. 2.5 Déterminer la nature réelle et non réelle des racines d'une équation quadratique : • en utilisant le discriminant de l'équation quadratique, • graphiquement.	13 % – 15 %
Les autres équations et les fonctions non linéaires et polynomiales	3.1 Résoudre des équations non linéaires : • par la factorisation, • graphiquement. 3.2 Utiliser le théorème du reste pour évaluer des expressions polynomiales et le théorème de factorisation pour déterminer les facteurs de polynômes. 3.3 Effectuer des opérations sur des fonctions et des compositions de fonctions. 3.4 Déterminer la réciproque d'une fonction. 3.5 Décrire, tracer et analyser les fonctions polynomiales et rationnelles, en utilisant les outils technologiques. 3.6 Formuler et appliquer des stratégies pour résoudre : • des équations valeur absolue, • des équations contenant des radicaux, • des équations rationnelles, • des inégalités quadratiques, • des inégalités polynomiales.	25 % – 28 %

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Pondération proposée par thème		
Thème	**Résultats d'apprentissage spécifiques (Sommaire)**	**Pondération proposée**
Le raisonnement formel	4.1 Distinguer entre le raisonnement inductif et le raisonnement déductif. 4.2 Expliquer des mots tels que « et », « ou » et « non » et les appliquer pour résoudre des problèmes. 4.3 Utiliser des exemples et des contre-exemples pour analyser des conjectures. 4.4 Distinguer entre la proposition « si… alors », sa réciproque et sa contre-proposition. 4.5 Prouver des énoncés mathématiques, en utilisant le raisonnement direct dans diverses situations.	10 % – 12 %
Les cercles et la géométrie analytique	5.1 Utiliser les outils technologiques et la mesure pour confirmer les propriétés suivantes et les appliquer à des cas particuliers : • dans un cercle, tout rayon perpendiculaire à une corde coupe la corde en deux parties égales; • la mesure de l'angle au centre est égale à deux fois la mesure de l'angle inscrit sous-tendu par le même arc; • les angles inscrits sous-tendus par le même arc sont congrus; • l'angle inscrit dans un demi-cercle est un angle droit; • les angles opposés d'un quadrilatère inscrit dans un cercle sont supplémentaires; • la tangente à un cercle est perpendiculaire au rayon au point de tangence; • les segments partant d'un même point externe et tangents à un cercle sont congrus; • l'angle entre une tangente et une corde est égal à l'angle inscrit de l'autre côté de la corde; • la somme des angles intérieurs d'un polygone régulier qui possède n côtés est $(2n - 4)$ angles droits. 5.2 Prouver les propriétés générales suivantes, en utilisant des concepts et des théorèmes : • toutes bissectrices perpendiculaires d'une corde passent par le centre du cercle; • l'angle inscrit dans un demi-cercle est un angle droit; • les segments partant d'un même point externe et tangents à un cercle sont congrus. 5.3 Utiliser les différentes propriétés du cercle et des rapports trigonométriques pertinents pour résoudre des problèmes et justifier la stratégie suivie pour obtenir la solution. 5.4 Résoudre des problèmes comportant des distances entre des points et des droites. 5.5 Vérifier et prouver des propriétés en géométrie plane, en utilisant la géométrie analytique et des rapports trigonométriques lorsque cela est nécessaire.	20 % – 22 %
La finance	6.1 Résoudre des problèmes de consommateur pouvant comprendre : • des salaires gagnés dans diverses situations, • des impôts fonciers, • des taux de change. 6.2 Rapprocher des états financiers pouvant comprendre : • des carnets de chèques et des états de compte bancaires, • les relevés de carte de crédit, • les reçus de paiement. 6.3 Résoudre des problèmes de budget, en utilisant des diagrammes et des tableaux pour communiquer les solutions. 6.4 Tracer et décrire le graphique de données financières sous forme exponentielle. 6.5 Résoudre des problèmes d'investissement et de crédit comprenant des intérêts simples et composés.	10 % – 12 %

Pondération proposée selon le standard et l'habileté				
	Compréhension des concepts	**Connaissances des méthodes**	**Habileté à résoudre des problèmes**	**Totaux**
Standard acceptable	≅ 20 %	≅ 30 %	≅ 25 %	75 % – 80 %
Standard d'excellence	≅ 10 %	≅ 5 %	≅ 10 %	20 % – 25 %
Total	25 % – 30 %	35 % – 40 %	30 % – 35 %	100 %

CORRÉLATION DES THÈMES ET DE LA RESSOURCE DE BASE

Thème	**Chenelière McGraw-Hill** *Omnimaths 11* **(Édition de l'Ouest) Chapitres**
Les systèmes linéaires et non linéaires	1, 2
Les équations et les fonctions quadratiques	3, 4
Les autres équations et les fonctions non linéaires et polynomiales	4, 5
Le raisonnement formel	6
Les cercles et la géométrie analytique	7, 8
La finance	9

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

EXIGENCES TECHNOLOGIQUES

Pour atteindre les résultats d'apprentissage du cours de Mathématiques pures 20, l'élève doit avoir accès à une calculatrice à affichage graphique et à un ordinateur comportant un tableur. Dans la plupart des cours, il n'aura pas à se servir d'outils technologiques de façon courante. Toutefois, dans certains thèmes, il devra y avoir recours plus souvent. Le tableau qui suit indique les connaissances et habiletés technologiques que l'élève est censé démontrer dans le contexte de chacun des thèmes et le temps qui devra vraisemblablement y être consacré.

Thème	Temps estimatif d'utilisation d'outils technologiques	Connaissances et habiletés technologiques
Les systèmes linéaires et non linéaires	de 3 à 4 heures	*L'élève devra :* • représenter une équation par un graphique, en se servant d'une calculatrice à affichage graphique – inscrire l'équation de la forme $y =$ – tracer le graphique • se servir de la fonction de calcul pour estimer les zéros, les points d'intersection et les points minimum et maximum
Les équations et les fonctions quadratiques	de 8 à 10 heures	• représenter une équation par un graphique, en se servant d'une calculatrice à affichage graphique – inscrire l'équation de la forme $y =$ – tracer le graphique • présenter un tableau ou se servir de la fonction de traçage pour faire une estimation du domaine et de l'image d'une fonction • se servir de la fonction de calcul pour estimer les zéros, les points d'intersection et les points minimum et maximum
Les autres équations et les fonctions non linéaires et polynomiales	de 15 à 17 heures	• représenter une équation par un graphique, en se servant d'une calculatrice à affichage graphique – inscrire l'équation de la forme $y =$ – tracer le graphique • présenter un tableau ou se servir de la fonction de traçage pour faire une estimation du domaine et de l'image d'une fonction • se servir de la fonction de calcul pour estimer les zéros, les points d'intersection et les points minimum et maximum
Le raisonnement formel	—	• —
Les cercles et la géométrie analytique	de 4 à 5 heures	• utiliser un logiciel de géométrie dynamique pour étudier les propriétés du cercle et des polygones • se servir d'un compas, d'un rapporteur et d'une règle pour étudier les propriétés du cercle et des polygones
La finance	de 2 à 3 heures	• utiliser un tableur, y compris l'application de fonctions personnalisées • employer un programme de résolution de problèmes financiers sur une calculatrice à affichage graphique • se servir de logiciels de budgétisation commerciaux (facultatif)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

CONVENTIONS MATHÉMATIQUES UTILISÉES DANS LES EXEMPLES DE TÂCHES

Approximations, estimations et valeurs exactes

L'*approximation* d'une valeur exacte est une représentation décimale d'une précision de plusieurs décimales, dont on se sert pour résoudre un problème. Ordinairement, ces approximations s'obtiennent à l'aide d'une calculatrice. Par exemple, $\sqrt{3}$ peut être remplacé par l'approximation 1,7321… à l'étape de calcul de la résolution d'un problème.

L'*estimation* d'une valeur exacte est une approximation que l'on peut dériver mentalement et utiliser comme élément d'un calcul mental. Par exemple, on peut montrer que la conjecture $\sqrt{2}+\sqrt{8}=\sqrt{10}$ est fausse en se servant des estimations 1,5, 2,8 et 3,1 pour $\sqrt{2}, \sqrt{8}$ et $\sqrt{10}$.

La *valeur exacte* d'un nombre rationnel a la forme $\frac{p}{q}$, où p et q sont des nombres entiers. À moins de comporter une décimale finie, la représentation décimale constitue une approximation. Ainsi, l'équation $-\frac{5}{3}$ est exacte, tandis que – 0,1666… est une approximation.

La *valeur exacte* d'un nombre irrationnel peut prendre la forme $\sin 35°$, $\sqrt{3}$ ou $\frac{\pi}{6}$. La représentation décimale d'un tel nombre est toujours une approximation. Ainsi, $\sin 35°$ est une valeur exacte, tandis que 0,573576… est une approximation.

Utilisation d'une calculatrice pour résoudre des problèmes à plusieurs étapes

En règle générale, l'élève emploie sa calculatrice du début jusqu'à la fin, en utilisant toutes les décimales affichées. Toutes les réponses, intermédiaires et finales, sont données avec le nombre approprié de chiffres significatifs. L'élève **ne doit pas** arrondir les réponses intermédiaires pour faire les calculs des étapes subséquentes. Par exemple, dans le cas d'un triangle rectangle dont l'hypoténuse mesure 11,9 cm et l'un des autres côtés, 6,1 cm, il indiquerait que le troisième côté mesure 10,2 cm. Cependant, s'il doit utiliser la longueur du troisième côté pour effectuer les calculs nécessaires dans une autre partie du problème, il doit se servir de la valeur plus précise 10,21763182…

Données d'entrée mesurées et exactes

Si les *données d'entrée sont mesurées*, toutes les données de sortie devraient être inscrites sous forme décimale avec le même degré de précision que l'élément le moins fiable des données d'entrée. Par exemple, si les données d'entrée sont 57,235 g pour la masse et 17 mL pour le volume, l'élève utilisera deux chiffres significatifs pour indiquer la densité, soit 3,4 g/mL. Par convention, dans les problèmes de trigonométrie pour lesquels les longueurs des côtés sont exprimées par trois chiffres significatifs, les angles doivent être indiqués au dixième de degré ou au centième de radian.

Si les *données d'entrée sont exactes*, les données de sortie devraient, dans la mesure du possible, toutes être inscrites sous forme fractionnaire. Par exemple, la pente de la droite joignant les points (6, 11) et (17, 32) devrait être indiquée comme étant $\frac{21}{11}$, qui est une valeur exacte, plutôt que sous la forme décimale 1,9090…

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Dans le cours de Mathématiques pures 20, il est tenu pour acquis que toutes les données trigonométriques et la plupart des probabilités estimatives entrant dans le calcul des valeurs attendues sont mesurées. Toutes les données d'entrée de géométrie analytique, les expressions algébriques, les relations et les fonctions sont supposées exactes. La plupart des données d'entrée contenues dans des tableaux ou des régularités numériques sont, elles aussi, tenues pour exactes. Toutefois, les données en résultant sont, s'il agit de devises, arrondies au dollar ou au cent près, selon le contexte.

En cas de doute quant à la nature des données de départ, celles qui font partie d'un problème du cours de Mathématiques pures 20 sont considérées comme exactes.

RELATIONS ENTRE LES STANDARDS ET LES RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE

La suite du document comprend plusieurs éléments qui, collectivement, donnent aux enseignants des indications sur la portée, l'étendue et le degré d'approfondissement du cours de Mathématiques pures 20.

Thèmes

Les concepts sont organisés autour de thèmes mathématiques. Les résultats d'apprentissage généraux et spécifiques et les tâches qui y sont assorties dans cette partie du document sont groupés par thème.

Résultats d'apprentissage généraux et spécifiques

Les résultats d'apprentissage généraux et spécifiques énoncés pour le cours de Mathématiques pures 20 précisent ce que l'élève est censé savoir et être en mesure de faire à la fin du cours.

Domaines

Les domaines sont les champs sous-jacents à l'ensemble des programmes de mathématiques. Le cours de Mathématiques pures 20 porte sur les domaines suivants :

- Le nombre
  (Les opérations numériques)
- Les régularités et les relations
  (Les régularités)
- Les régularités et les relations
  (Les variables et les équations)
- Les régularités et les relations
  (Les relations et les fonctions)
- La forme et l'espace
  (La mesure)
- La forme et l'espace
  (Les objets à trois dimensions et les figures à deux dimensions)

Processus mathématiques

Il s'agit des éléments essentiels auxquels il faut exposer l'élève dans le cadre d'un programme de mathématiques afin de lui permettre d'atteindre les objectifs de l'enseignement des mathématiques et de l'encourager à poursuivre son apprentissage toute sa vie. Chaque résultat spécifique met l'accent sur un ou plusieurs des processus mathématiques suivants :

[C]	Communication	[RP]	Résolution de problèmes
[L]	Liens	[T]	Technologie
[R]	Raisonnement	[V]	Visualisation
[E]	Estimation et calcul mental		

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Pour plus de renseignements sur les résultats d'apprentissage, les domaines et les processus mathématiques, consulter le *Programme d'études – Mathématiques pures 10-20-30*.

Notes

La description de chaque résultat spécifique est suivie de notes qui fournissent des renseignements supplémentaires sur l'étendue et le degré de profondeur prévu pour le résultat d'apprentissage en question. L'enseignant peut s'en servir comme lignes directrices pour planifier des activités en classe susceptibles de mener au résultat d'apprentissage recherché et des évaluations d'un niveau approprié pour le cours.

Exemples de tâches

Des exemples de tâches sont associés à chaque résultat d'apprentissage spécifique. Il s'agit de questions, de problèmes à résoudre ou d'activités à faire en classe avec les élèves. L'enseignant peut les utiliser tels quels ou s'en servir comme modèles pour développer lui-même des tâches destinées à être exécutées en groupe ou individuellement en classe. Il peut aussi s'en servir comme élément de l'évaluation formative et sommative des élèves. Les exemples de tâches et les solutions proposées ont été mis au point et validés par des enseignants en mathématiques, mais **ils n'ont pas été validés auprès des élèves**. Il s'agit de modèles du genre de questions et de problèmes que les élèves devraient être en mesure de résoudre et aussi du genre d'activités qu'ils devraient être en mesure d'accomplir pour atteindre le résultat d'apprentissage spécifique auquel les tâches sont associées.

Les deux exemples qui suivent illustrent les éléments recherchés dans la réponse écrite de l'élève à un problème qui lui a été posé, lorsqu'il se sert d'une calculatrice à affichage graphique pour trouver la réponse.

Exemple 1 : Lorsqu'on lui demande de résoudre un problème dans le contexte duquel il doit déterminer les coordonnées de certains points, d'après la description d'un cas pouvant s'exprimer par une fonction, l'élève devrait inclure les éléments suivants dans sa réponse :

- la fonction sous la forme $y =$;
- un dessin du graphique sur lequel il a indiqué les échelles appropriées;
- les points recherchés, en les marquant sur le dessin;
- un énoncé décrivant la relation entre ce qui apparaît à l'écran de la calculatrice et la réponse au problème en contexte.

Exemple 2 : Lorsqu'il résout un problème qui l'amène à se servir du menu des modèles de régression que comporte une calculatrice pour déterminer la droite la mieux ajustée à un ensemble de données, l'élève serait censé inclure les éléments suivants dans sa réponse :

- les données tirées des listes d'entrée;
- la formule de régression employée;
- l'équation de la droite la mieux ajustée;
- un dessin du graphique sur lequel il a indiqué les échelles appropriées;
- un énoncé décrivant la relation entre ce qui apparaît à l'écran de la calculatrice et la réponse au problème en contexte.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Description du rendement de l'élève (en fonction du résultat d'apprentissage spécifique)

Chaque résultat d'apprentissage spécifique est suivi d'une description du rendement de l'élève qui correspond au standard acceptable et au standard d'excellence. Cette description précise ce que serait, de l'avis d'enseignants qui donnent le cours, le rendement de leurs élèves à l'égard du résultat d'apprentissage spécifique indiqué.

Description du rendement de l'élève (en fonction des tâches)

Les exemples de tâches assortis aux résultats d'apprentissage spécifiques sont suivis d'une description du rendement de l'élève qui correspond au standard acceptable et au standard d'excellence. Bien que cette description **ne se fonde pas sur des réponses réelles**, elle précise ce que serait, de l'avis d'enseignants qui donnent le cours, le rendement de leurs élèves si on leur demandait d'accomplir les tâches en question.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

STANDARDS RELATIFS AUX SYSTÈMES LINÉAIRES ET NON LINÉAIRES

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE GÉNÉRAL

- Représenter et analyser des situations comportant des expressions mathématiques, des équations et des inéquations.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

1.1 Tracer le graphique d'inéquations linéaires à deux variables.
[RP, V]

1.2 Résoudre des systèmes d'équations linéaires à deux variables :
- algébriquement par éliminations et substitutions, et
- graphiquement.

[L, RP, T, V]

1.3 Résoudre un système d'équations non linéaires, en utilisant les outils technologiques appropriés.
[RP, T, V]

1.4 Résoudre un système d'équations linéaires à trois variables :
- algébriquement,
- en utilisant les outils technologiques.

[L, RP, T, V]

Domaine : Les régularités et les relations (Les variables et les équations)

L'élève devra :

- représenter des expressions algébriques de plusieurs façons.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des situations comportant des expressions mathématiques, des équations et des inéquations.

Résultat spécifique

1.1 Tracer le graphique d'inéquations linéaires à deux variables. [RP, V]

[C] Communication
[L] Liens
[R] Raisonnement
[E] Estimation et calcul mental
[RP] Résolution de problèmes
[T] Technologie
[V] Visualisation

Notes :

- Ce résultat d'apprentissage spécifique correspond au résultat d'apprentissage spécifique 3.1 du cours de Mathématiques appliquées 20.
- L'élève a été initié aux inéquations à une seule variable dans le cadre du cours de Mathématiques de 9e année, durant lequel il a appris à résoudre des inéquations et à les représenter sur une droite numérique.
- Les connaissances de la géométrie analytique sont essentielles pour atteindre ce résultat d'apprentissage spécifique. Les concepts les plus importants qu'il convient de réviser sont le repérage de points et de coordonnées à l'origine, la représentation graphique de droites et l'utilisation de calculatrices.
- $Ax + By + C = 0$ peut être tracée en se servant des coordonnées à l'origine.
- La conversion de la forme $Ax + By + C = 0$ à toute forme $y =$ est une étape préliminaire nécessaire à l'utilisation d'une calculatrice à affichage graphique.
- Les paramètres de réglage du rectangle d'affichage de la calculatrice à affichage graphique peuvent remplacer le tracé des droites horizontales et verticales. Par exemple, $x < 5$ pourrait être entré dans les paramètres de réglage du rectangle d'affichage comme étant $x_{max} = 5$.
- L'élève devrait commencer par produire le graphique manuellement – déterminer et tracer la région des solutions – puis tracer le graphique en se servant d'une calculatrice à affichage graphique. Il est recommandé de maintenir un juste équilibre entre les deux méthodes.

Description du rendement de l'élève (en fonction du résultat d'apprentissage spécifique)

L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut :

- tracer la ligne de partage entre deux demi-plans;
- utiliser un point d'essai, habituellement (0, 0), pour déterminer la région des solutions qui satisfait l'inéquation, étant donné une ligne de partage;
- représenter graphiquement une inéquation linéaire exprimée sous la forme $y = mx + b$, en utilisant $<, >, \leq, \geq$;
- convertir toute inéquation exprimée sous la forme $Ax + By = C$ à la forme $y = mx + b$, où A, B, C sont des nombres entiers et $B > 0$.

L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :

- faire la distinction entre l'utilisation de lignes en traits continus et de lignes pointillées dans les régions des solutions;
- tracer le graphique de toute inéquation linéaire à deux variables;
- convertir toute inéquation exprimée sous la forme $Ax + By = C$ à la forme $y = mx + b$ et en tracer le graphique;
- expliquer pourquoi le demi-plan ombré représente la région des solutions de l'inéquation.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des situations comportant des expressions mathématiques, des équations et des inéquations.

Résultat spécifique

1.1 Tracer le graphique d'inéquations linéaires à deux variables. [RP, V]

Exemples de tâches

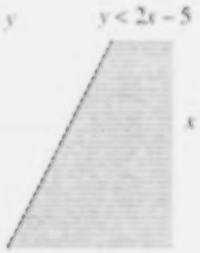
[ ] Concepts
[✓] Méthodes
[ ] Résolution de problèmes

Question

1. Trace le graphique de $y < 2x - 5$.

Solution

1.



Question

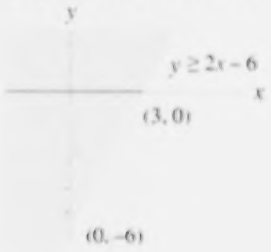
2. Trace le graphique de $2y + 3x \leq 12$.

Solution

2.

Question

3. Étant donné le graphique qui suit, écris l'inéquation.



Solution

3. $y \geq 2x - 6$.

(suite)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des situations comportant des expressions mathématiques, des équations et des inéquations.

Résultat spécifique

1.1 Tracer le graphique d'inéquations linéaires à deux variables. [RP, V]

Exemples de tâches

[ ] Concepts
[✓] Méthodes
[ ] Résolution de problèmes

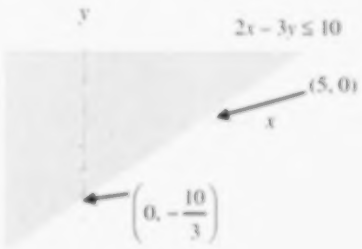
(suite)

Question

4. Trace le graphique de $2x - 3y \leq 10$ à l'aide d'une calculatrice à affichage graphique.

Solution

4. $y \geq \frac{2}{3}x - \frac{10}{3}$



Description du rendement de l'élève (en fonction des tâches)	
Un élève qui atteint le *standard acceptable* peut :	**Un élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :**
• répondre aux questions 1 et 2 sur papier graphique ou au moyen d'une calculatrice à affichage graphique, mais pourrait utiliser une droite en traits continus plutôt qu'une droite en pointillés comme ligne de partage; • déterminer que l'abscisse à l'origine est (5, 0) à la question 4.	• répondre aux questions 1, 2 et 3, y compris déterminer les lignes de partage; • répondre à la question 4.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des situations comportant des expressions mathématiques, des équations et des inéquations.

Résultat spécifique

1.2 Résoudre des systèmes d'équations linéaires à deux variables :
- algébriquement par éliminations et substitutions, et
- graphiquement.

[L, RP, T, V]

[C] Communication
[L] Liens
[R] Raisonnement
[E] Estimation et calcul mental
[RP] Résolution de problèmes
[T] Technologie
[V] Visualisation

Notes :

- Ce résultat d'apprentissage spécifique correspond aux résultats d'apprentissage spécifiques 3.2 du cours de Mathématiques appliquées 20.
- L'élève devrait reconnaître l'importance pour le graphique d'une ou de plusieurs solutions ou de l'absence de solution.
- Résoudre les systèmes d'inéquations linéaires ne fait pas partie de ce résultat spécifique.
- Il faudrait revoir les équations, si on entend aborder le résultat spécifique 1.2 avant le résultat d'apprentissage spécifique 1.1.
- Le manuel de l'élève d'*Omnimaths 11* de Chenelière/McGraw-Hill traite des systèmes linéaires et des systèmes non linéaires dans des chapitres distincts.
- Le résultat d'apprentissage spécifique 1.3 introduit la notion des systèmes non linéaires et le résultat d'apprentissage spécifique 1.4 comprend celle des systèmes à trois variables.
- L'élève devrait être exposé à des problèmes se présentant dans différents contextes de la vie courante.
- Convertir des systèmes à la forme $y =$, puis les résoudre graphiquement ne constitue pas une solution algébrique.

Description du rendement de l'élève (en fonction du résultat d'apprentissage spécifique)

Un élève qui atteint le *standard acceptable* peut :	**Un élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :**
• résoudre un système d'équation de base, en procédant : – par élimination lorsqu'il a seulement à multiplier une équation par un facteur; – par substitution lorsqu'une équation comporte une variable à coefficient égal à l'unité; • donner une approximation d'une solution graphique; • sélectionner une méthode préférée pour résoudre tous les systèmes; • énoncer l'ensemble-solution d'un système de droites parallèles; • résoudre des problèmes présentés sous forme d'énoncés qui exigent un système d'équations.	• varier les paramètres de réglage du rectangle d'affichage pour exprimer la solution graphiquement; • résoudre le problème par élimination lorsqu'il faut multiplier les deux équations par un facteur; • énoncer l'ensemble-solution d'un système de droites coïncidentes; • appliquer la méthode qui convient le mieux pour résoudre un système avec efficacité.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des situations comportant des expressions mathématiques, des équations et des inéquations.

Résultat spécifique

1.2 Résoudre des systèmes d'équations linéaires à deux variables :
- algébriquement par éliminations et substitutions, et
- graphiquement.

[L, RP, T, V]

Exemples de tâches

[ ] Concepts
[✓] Méthodes
[ ] Résolution de problèmes

Question

1. Résous algébriquement :
$2x + 3y = 12$
$x - y = 1$

Solution

Élimination

1. $(x - y = 1) \times 2$
$2x - 2y = 2$

$2x + 3y = 12$
$-(2x - 2y = 2)$
$0x + 5y = 10$
$\frac{5y}{5} = \frac{10}{5}$
$y = 2$

À y, substituer :
$x - 2 = 1$
$x = 3$

La solution est $x = 3$, $y = 2$.

Substitution

1. Substituer $x = y + 1$ dans $2x + 3y = 12$.
Alors, $2(y + 1) + 3y = 12$
$5y + 2 = 12$
$y = 2$
$x = y + 1$
Donc $x = 3$
La solution est $x = 3$, $y = 2$.

Question

2. Résous algébriquement :
$2x + 3y = 12$
$5x + 2y = -3$

Solution

2. $(2x + 3y = 12) \times 2$
$4x + 6y = 24$

$(5x + 2y = -3) \times 3$
$15x + 6y = -9$

$15x + 6y = -9$
$-(4x + 6y = 24)$
$11x + 0y = -33$
$\frac{11x}{11} = -\frac{33}{11}$
$x = -3$

À x, substituer :
$5(-3) + 2y = -3$
$-15 + 2y = -3$
$\frac{2y}{2} = \frac{12}{2}$
$y = 6$

La solution est $x = -3$, $y = 6$.

(suite)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des situations comportant des expressions mathématiques, des équations et des inéquations.

Résultat spécifique

1.2 Résoudre des systèmes d'équations linéaires à deux variables :
- algébriquement par éliminations et substitutions, et
- graphiquement.

[L, RP, T, V]

Exemples de tâches

[ ] Concepts
[ ] Méthodes
[✓] Résolution de problèmes

(suite)

Question

3. Trois crayons et quatre gommes à effacer coûtent 2,50 $, tandis qu'un crayon et trois gommes à effacer coûtent 1,25 $. Calcule le coût d'un crayon et celui d'une gomme à effacer.

Solution

3. Soit le coût d'un crayon = C.
Soit le coût d'une gomme à effacer = G.
$3C + 4G = 2{,}50\ \$$ et $1C + 3G = 1{,}25\ \$$.

$(1C + 3G = 1{,}25\ \$) \times 3$
$3C + 9G = 3{,}75\ \$$

Soustraire :
$3C + 9G = 3{,}75\ \$$
$-(3C + 4G = 2{,}50\ \$)$
$\frac{5G}{5} = \frac{1{,}25\ \$}{5}$
$G = 0{,}25\ \$$

Substituer $G = 0{,}25$ dans :
$3C + 4G = 2{,}50\ \$$
$3C + 4(0{,}25) = 2{,}50\ \$$
$\frac{3C}{3} = \frac{1{,}50\ \$}{3}$
$C = 0{,}50\ \$$

Chaque crayon coûte 0,50 $.
Chaque gomme à effacer coûte 0,25 $.

Question

4. Henri veut établir une connexion Internet avec Magasinage Internet. Il doit choisir entre deux forfaits. Le forfait A coûte 30,00 $ par mois et des frais d'utilisation de 0,10 $ par minute. Le forfait B coûte 10,00 $ par mois et des frais d'utilisation de 0,15 $ par minute.
   a) Qu'est-ce qui déterminera lequel des forfaits est le plus économique?
   b) Quand les deux forfaits seraient-ils aussi économiques l'un que l'autre? En te servant des renseignements fournis, trouve la solution graphiquement. Reproduit l'image qui apparaît sur l'écran de ta calculatrice à affichage graphique et remplit le tableau qui suit.

$Y_1 =$
$Y_2 =$
X min =
X max =
Y min =
Y max =

   c) Trouve la solution algébriquement par substitution ou par élimination.
   d) Les résultats obtenus aux parties b) et c) sont-ils les mêmes? Explique.

(suite)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des situations comportant des expressions mathématiques, des équations et des inéquations.

Résultat spécifique

1.2 Résoudre des systèmes d'équations linéaires à deux variables :
- algébriquement par éliminations et substitutions, et
- graphiquement.

[L, RP, T, V]

Exemples de tâches

[ ] Concepts
[ ] Méthodes
[✓] Résolution de problèmes

(suite)

Solution

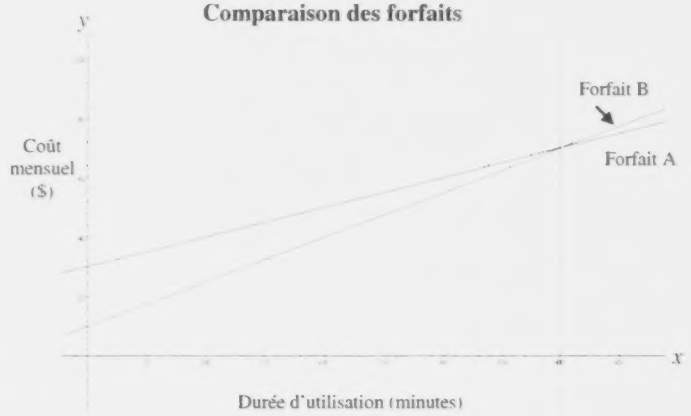
4. a) Le nombre de minutes d'utilisation est la quantité dont il faut se servir pour déterminer lequel des deux forfaits est le plus économique.

b)

$Y_1 = 30 + 0{,}10\ X$
$Y_2 = 10 + 0{,}15\ X$
X min = 380
X max = 420
Y min = 68
Y max = 72

La solution est (400, 70). Autrement dit, à 400 minutes d'utilisation, le coût des deux forfaits est le même.

Comparaison des forfaits



c) $30 + 0{,}1x = y$ et $y = 10 + 0{,}15x$; par conséquent,
$30 + 0{,}1x = 10 + 0{,}15x$
$20 = 0{,}05x$
$400 = x$
Chaque forfait coûte 70 $ pour 400 minutes d'utilisation.

d) La solution pourrait ne pas être exactement la même, parce que le graphique représente toujours une approximation.

Description du rendement de l'élève (en fonction des tâches)	
Un élève qui atteint le *standard acceptable* peut :	**Un élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :**
• résoudre la question 1, en se servant d'une méthode préférée qui peut ne pas être la plus efficace ou celle qui convient le mieux; • résoudre la question 2, à la fois algébriquement et graphiquement; • tracer le graphique des équations et trouver le point d'intersection à la question 4.	• employer la méthode la plus appropriée, c'est-à-dire la substitution, pour résoudre la question 1; • résoudre les systèmes d'équation algébriquement quand les coefficients sont des entiers ou des nombres rationnels, comme aux questions 3 et 4.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des situations comportant des expressions mathématiques, des équations et des inéquations.

Résultat spécifique

1.3 Résoudre un système d'équations non linéaires, en utilisant les outils technologiques appropriés.
[RP, T, V]

[C] Communication
[L] Liens
[R] Raisonnement
[E] Estimation et calcul mental
[RP] Résolution de problèmes
[T] Technologie
[V] Visualisation

Notes :

- Ce résultat d'apprentissage spécifique est étroitement lié aux résultats d'apprentissage spécifiques 1.2 et 3.1.
- Il faudrait s'en tenir aux équations de fonctions et employer des exemples comportant deux équations à deux inconnues.
- La vérification par la méthode algébrique est obligatoire. L'utilisation de la méthode algébrique pour arriver à la solution dans une gamme limitée d'exemples est par contre facultative.

Description du rendement de l'élève (en fonction du résultat d'apprentissage spécifique)	
Un élève qui atteint le *standard acceptable* peut :	**Un élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :**
• tracer le graphique du système et se servir d'une calculatrice à affichage graphique pour déterminer une solution approximative; • vérifier la solution d'équations algébriquement.	• reconnaître que la solution obtenue à l'aide de la calculatrice peut ne pas être exacte; • résoudre les systèmes algébriquement, par élimination ou par substitution; • repérer d'autres solutions à l'extérieur de la fenêtre de visualisation.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des situations comportant des expressions mathématiques, des équations et des inéquations.

Résultat spécifique

1.3 Résoudre un système d'équations non linéaires, en utilisant les outils technologiques appropriés. [RP, T, V]

Exemples de tâches

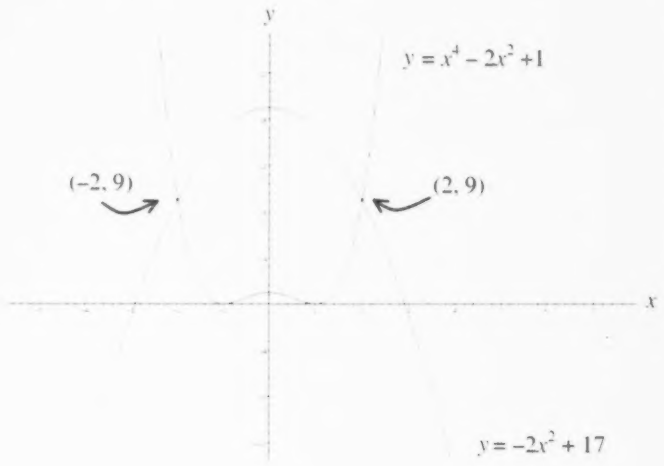
[ ] Concepts
[✓] Méthodes
[ ] Résolution de problèmes

Question

1. Résous le système d'équation suivant :
   $y = x^4 - 2x^2 + 1$
   $y = -2x^2 + 17$

Solution

1. (Solution graphique)



(Solution algébrique)

$x^4 - 2x^2 + 1 = -2x^2 + 17$
$x^4 = 16$
$x = \pm 2$

$y = -2(2)^2 + 17 = 9$
ou
$y = -2(-2)^2 + 17 = 9$
Points d'intersection : (2, 9) et (−2, 9).

(suite)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des situations comportant des expressions mathématiques, des équations et des inéquations.

Résultat spécifique

1.3 Résoudre un système d'équations non linéaires, en utilisant les outils technologiques appropriés. [RP, T, V]

Exemples de tâches

[ ] Concepts
[ ] Méthodes
[✓] Résolution de problèmes

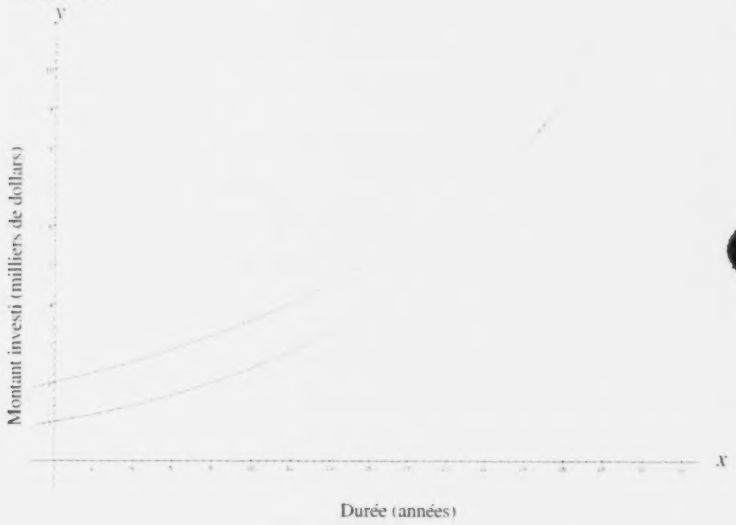
(suite)

Question

2. À quel moment un montant de 1 000 $ placé à un taux de 9 % par année, composé annuellement, dépasse-t-il un placement de 2 000 $ à 6 % par année, composé annuellement?

Solution

2. La croissance du placement de 1 000 $ est représentée par l'équation $M(t) = (1{,}09)^t$ et celle du montant de 2 000 $, par l'équation $M(t) = 2(1{,}06)^t$. Les graphiques correspondants sont reproduits ci-dessous.



Le point d'intersection est (24,84, 8502). Toutefois, puisque, dans le contexte, il faut indiquer un nombre entier d'années, disons qu'il faudra 25 ans pour que le placement de 1 000 $ vaille plus que celui de 2 000 $.

(suite)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des situations comportant des expressions mathématiques, des équations et des inéquations.

Résultat spécifique

1.3 Résoudre un système d'équations non linéaires, en utilisant les outils technologiques appropriés.
[RP, T, V]

Exemples de tâches

[✓] Concepts
[ ] Méthodes
[ ] Résolution de problèmes

(suite)

Question

3. Soit le système :

$y = \frac{6}{x}$ et $y = mx + b$,

où $m \in R$ et $b \in R$.

Trouve le nombre de solutions dans chacun des cas suivants :

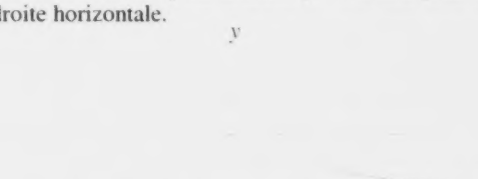
a) $m = 4, b = 0$
b) $m = 0$
c) m est indéfini
d) $m > 0, b =$ n'importe quoi

Esquisse un exemple de courbe pour chaque solution.

Solution

3. a) Deux solutions.

b) Aucune ou une: aucune pour la droite $y = 0$ et une pour toute autre droite horizontale.



(suite)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage
Résultat général Représenter et analyser des situations comportant des expressions mathématiques, des équations et des inéquations. **Résultat spécifique** 1.3 Résoudre un système d'équations non linéaires, en utilisant les outils technologiques appropriés. [RP, T, V]

Exemples de tâches

[✓] Concepts
[ ] Méthodes
[ ] Résolution de problèmes

(suite)

Solution

3. c) Aucune ou une; aucune pour la droite $x = 0$ et une pour toute autre droite verticale.

d) Deux solutions.

Description du rendement de l'élève (en fonction des tâches)	
Un élève qui atteint le *standard acceptable* peut :	**Un élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :**
• tracer le graphique du système de la question 1 et trouver les solutions (2, 9) et (−2, 9) facilement à partir du graphique sans modifier la fenêtre; • déterminer le point d'intersection à la question 2, si on lui indique les équations; • résoudre en partie la question 3, en indiquant ce à quoi mène $m > 0$ et que $y = \frac{6}{x}$ s'approche de l'axe des x et celui des y, sans les couper; • trouver les réponses aux parties a, b et c de la question 3 d'après les valeurs précises indiquées pour m et b.	• déterminer le point d'intersection à la question 2, sans qu'on lui donne les équations; • arrondir la réponse finale à la question 2; • s'apercevoir que les réponses aux parties b et c de la question 3 peuvent varier selon la valeur qu'a l'ordonnée ou l'abscisse à l'origine de la ligne; • trouver la solution de la partie d de la question 3.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des situations comportant des expressions mathématiques, des équations et des inéquations.

Résultat spécifique

1.4 Résoudre un système d'équations linéaires à trois variables :
- algébriquement,
- en utilisant les outils technologiques.

[L, RP, T, V]

[C] Communication
[L] Liens
[R] Raisonnement
[E] Estimation et calcul mental
[RP] Résolution de problèmes
[T] Technologie
[V] Visualisation

Notes :

- Il est conseillé d'employer une méthode algébrique pour l'étude initiale de ce concept, puisque c'est essentiel pour comprendre la résolution des systèmes à l'aide d'un outil technologique.
- L'une des méthodes algébriques possibles est de transformer le système à trois variables en un système à deux variables par l'élimination d'une des variables. Les problèmes peuvent ensuite être résolus par l'une des méthodes abordées dans le cadre du résultat d'apprentissage spécifique 1.2.
- Il y a, entre autres, deux façons pratiques d'employer la technologie pour résoudre un système d'équations à trois variables :
  - le tableur,
  - la fonction d'algèbre matricielle de la calculatrice.

Description du rendement de l'élève (en fonction du résultat d'apprentissage spécifique)	
L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut :	**L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :**
• écrire un système d'équations à partir de l'énoncé du problème; • résoudre un système où : – certaines variables ont zéro pour coefficient; – il est possible de procéder par élimination sans multiplication par un facteur.	• résoudre un système où : – il faut effectuer une multiplication par un facteur; – aucune variable n'a zéro pour coefficient.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des situations comportant des expressions mathématiques, des équations et des inéquations.

Résultat spécifique

1.4 Résoudre un système d'équations linéaires à trois variables :
- algébriquement,
- en utilisant les outils technologiques.

[L, RP, T, V]

Exemples de tâches

[ ] Concepts
[✓] Méthodes
[ ] Résolution de problèmes

Question

1. Résous le système d'équations :
$x + y - z = 10$ ①
$x - y + z = 4$ ②
$x - 2y + z = 9$ ③

Solution

1. Additionner ① et ② : $2x = 14$, $x = 7$
Soustraire ③ de ② : $y = -5$
Dans ①, substituer : $7 - 5 - z = 10$, $z = -8$

La solution est $x = 7$, $y = -5$ et $z = -8$.

Question

2. Résous le système d'équations :
$x + 3y + 4z = 19$ ①
$x + 2y + z = 12$ ②
$x + y + z = 8$ ③

Solution

2. Soustraire ② de ① : $x + 3y + 4z = 19$, $-(x + 2y + z = 12)$, $y + 3z = 7$ ④
Soustraire ③ de ② : $x + 2y + z = 12$, $-(x + y + z = 8)$, $y = 4$ ⑤
Substituer ⑤ dans ④ : $4 + 3z = 7$, $\frac{3z}{3} = \frac{3}{3}$, $z = 1$ ⑥

Substituer ⑤ et ⑥ dans ① :
$x + 3(4) + 4(1) = 19$
$x + 12 + 4 = 19$
$x + 16 = 19$
$x = 3$

La solution est $x = 3$, $y = 4$ et $z = 1$.

(suite)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des situations comportant des expressions mathématiques, des équations et des inéquations.

Résultat spécifique

1.4 Résoudre un système d'équations linéaires à trois variables :
- algébriquement,
- en utilisant les outils technologiques.

[L, RP, T, V]

Exemples de tâches

[ ] Concepts
[✓] Méthodes
[ ] Résolution de problèmes

(suite)

Question

3. On a interrogé des élèves sur les cours de langue qu'ils prenaient au secondaire. Les résultats du sondage et les inscriptions à chaque cours étaient les suivants :

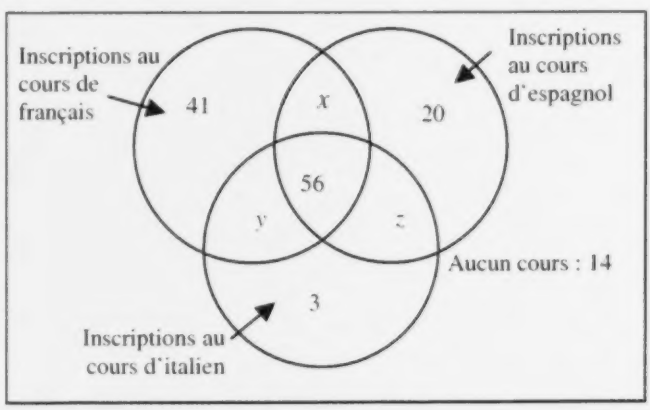
Cours de langue	Nombre d'élèves
Français seulement	41
Espagnol seulement	20
Italien seulement	3
Les trois : français, espagnol et italien	56
Aucun cours de langue	14

Total des inscriptions au cours de français : 131 élèves
Total des inscriptions au cours d'espagnol : 115 élèves
Total des inscriptions au cours d'italien : 82 élèves

a) Produis un diagramme de Venn pour résumer ces données.
b) Au cours du sondage, on a omis de demander aux élèves s'ils prenaient deux des trois cours de langue offerts. Détermine ces trois inconnues.
c) Auprès de combien d'élèves a-t-on mené le sondage?

Solution

3. a)



b) Soit x le nombre d'élèves inscrits à la fois au cours de français et au cours d'espagnol.
Soit y le nombre d'élèves inscrits à la fois au cours de français et au cours d'italien.
Soit z le nombre d'élèves inscrits à la fois au cours d'espagnol et au cours d'italien.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des situations comportant des expressions mathématiques, des équations et des inéquations.

Résultat spécifique

1.4 Résoudre un système d'équations linéaires à trois variables :
- algébriquement,
- en utilisant les outils technologiques.

[L, RP, T, V]

Exemples de tâches

[ ] Concepts
[✓] Méthodes
[ ] Résolution de problèmes

(suite)

Solution

3. b) Alors,
Inscriptions au cours de français = $x + y + 41 + 56 = 131$
Inscriptions au cours d'espagnol = $x + z + 20 + 56 = 115$
Inscriptions au cours d'italien = $y + z + 3 + 56 = 82$

Donc :
$x + y = 34$
$x + z = 39$
$y + z = 23$

Et :
$y - z = -5$
$y + z = 23$

Par conséquent :
$x = 25$
$y = 9$
$z = 14$

c) Nombre d'élèves interrogés :

$41 + 56 + 20 + 3 + 14 + 25 + 9 + 14 = 182$ élèves.

Description du rendement de l'élève (en fonction des tâches)	
L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut : • résoudre un système d'équations à trois variables, comme celui de la question 1, où la plupart des coefficients sont des entiers petits et où on peut éliminer deux variables en une étape; • résoudre la question 2, puisqu'il n'est pas nécessaire de procéder à une multiplication par un facteur pour éliminer à la fois x et z et que l'utilisation de la deuxième et de la troisième équation et la substitution de la valeur d'y dans les équations transforme le système original en un système à deux équations et deux variables; • résoudre la question 3 en se servant d'outils technologiques ou arriver à une solution algébrique partielle.	**L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :** • résoudre la question 3 en entier par la méthode algébrique.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

STANDARDS RELATIFS AUX ÉQUATIONS ET AUX FONCTIONS QUADRATIQUES

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE GÉNÉRAL

- Représenter et analyser des fonctions quadratiques, polynomiales et rationnelles, en utilisant les outils technologiques appropriés.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

2.1 Déterminer les caractéristiques suivantes du graphique d'une fonction quadratique :
- le sommet,
- le domaine et l'image,
- l'axe de symétrie,
- les coordonnées à l'origine.

[C, RP, T, V]

2.2 Établir le lien entre les transformations algébriques et graphiques des fonctions quadratiques en complétant le carré au besoin.
[L, T, V]

2.3 Utiliser des fonctions quadratiques pour illustrer des situations du quotidien.
[L, RP]

2.4 Résoudre des équations quadratiques et faire le lien avec les zéros des fonctions quadratiques correspondantes, en utilisant :
- la factorisation,
- la formule quadratique,
- le graphique.

[L, E, T, V]

2.5 Déterminer la nature réelle et non réelle des racines d'une équation quadratique :
- en utilisant le discriminant de l'équation quadratique,
- graphiquement.

[C, R, T, V]

Domaine : Les régularités et les relations (Les relations et les fonctions)

L'élève devra :

- utiliser des représentations algébriques ou graphiques pour généraliser des régularités, faire des prédictions et résoudre des problèmes.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des fonctions quadratiques, polynomiales et rationnelles, en utilisant des outils technologiques appropriés.

Résultat spécifique

2.1 Déterminer les caractéristiques suivantes du graphique d'une fonction quadratique :
- le sommet,
- le domaine et l'image,
- l'axe de symétrie,
- les coordonnées à l'origine.

[C, RP, T, V]

[C] Communication
[L] Liens
[R] Raisonnement
[E] Estimation et calcul mental
[RP] Résolution de problèmes
[T] Technologie
[V] Visualisation

Notes :

- Ce résultat d'apprentissage spécifique correspond au résultat d'apprentissage spécifique 2.2 du cours de Mathématiques appliquées 20.
- Il s'agit d'encourager l'élève à trouver les valeurs minimale ou maximale et les zéros, à l'aide du menu de calcul d'une calculatrice à affichage graphique.
  Remarque. – L'emploi de la fonction de traçage ne permet qu'une approximation de la solution.
- Il n'est pas nécessaire d'utiliser la notation des ensembles pour le domaine et l'image. Il faut établir la relation entre l'image et les valeurs minimale ou maximale de la fonction.
- La notation fonctionnelle a été abordée dans le cadre du cours de Mathématiques pures 10, de sorte que l'élève reconnaîtra $f(t)$ comme un équivalent d'y.
- Pour économiser du temps, on peut intégrer le résultat d'apprentissage spécifique 2.2 à celui-ci.
- L'élève devrait être en mesure de déterminer les caractéristiques à partir du graphique ou de l'équation.

Description du rendement de l'élève (en fonction du résultat d'apprentissage spécifique)	
L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut : • modifier la fenêtre de visualisation de manière qu'on puisse voir les caractéristiques du graphique, si on ne peut les obtenir en premier lieu dans la fenêtre de visualisation standard; • produire une estimation du domaine et de l'image d'un graphique, à l'aide de la fenêtre de visualisation standard; • identifier l'axe de symétrie d'un graphique; • écrire l'équation de l'axe de symétrie.	Il n'y a aucune attente particulière en ce qui concerne l'élève qui atteint le standard d'excellence dans le cadre de ce résultat d'apprentissage spécifique.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des fonctions quadratiques, polynomiales et rationnelles, en utilisant des outils technologiques appropriés.

Résultat spécifique

2.1 Déterminer les caractéristiques suivantes du graphique d'une fonction quadratique :
- le sommet,
- le domaine et l'image,
- l'axe de symétrie,
- les coordonnées à l'origine.

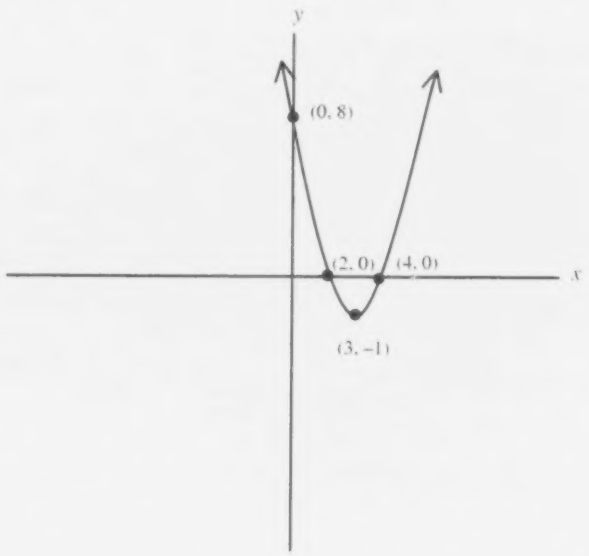
[C, RP, T, V]

Exemples de tâches

[✓] Concepts
[✓] Méthodes
[ ] Résolution de problèmes

Question

1. Détermine le sommet, le domaine, l'image, l'axe de symétrie et les coordonnées à l'origine du graphique reproduit ci-dessous.



Solution

1. Sommet : $(3, -1)$
   Domaine : $x \in R$
   Image : $y \geq -1$
   Axe de symétrie : $x - 3 = 0$
   Abscisses à l'origine : 2, 4
   Ordonnée à l'origine : 8

(suite)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des fonctions quadratiques, polynomiales et rationnelles, en utilisant des outils technologiques appropriés.

Résultat spécifique

2.1 Déterminer les caractéristiques suivantes du graphique d'une fonction quadratique :
- le sommet,
- le domaine et l'image,
- l'axe de symétrie,
- les coordonnées à l'origine.

[C, RP, T, V]

Exemples de tâches

[✓] Concepts
[✓] Méthodes
[ ] Résolution de problèmes

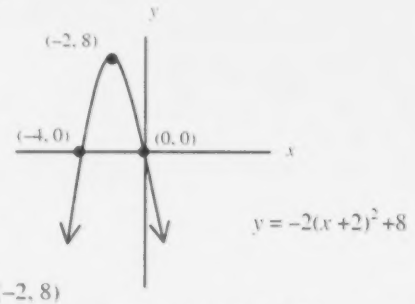
(suite)

Question

2. En te servant de ta calculatrice à affichage graphique, trace le graphique de $y = -2(x + 2)^2 + 8$ et détermines-en le sommet, le domaine et l'image, ainsi que l'axe de symétrie et les coordonnées à l'origine.

Solution

2.



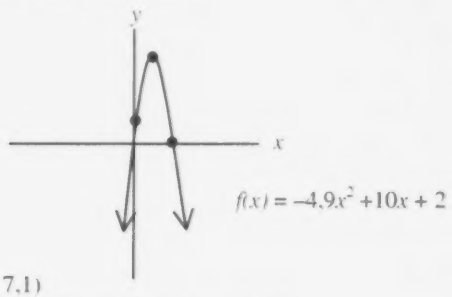
Sommet : (–2, 8)
Domaine : $\{ x \in R \}$ Image : $\{ y \leq 8, y \in R \}$
Axe de symétrie : $x + 2 = 0$, ou $x = -2$
Abscisses à l'origine : 0, –4; ordonnée à l'origine : 0

Question

3. À l'aide de ta calculatrice à affichage graphique, trace le graphique de $f(x) = -4.9x^2 + 10x + 2$ et détermines-en le sommet, le domaine et l'image, ainsi que l'axe de symétrie et les cordonnées à l'origine. Arrondis au dixième près.

Solution

3.



Sommet : (1,0, 7,1)
Domaine : $\{ x \in R \}$ Image : $\{ y \leq 7.1, y \in R \}$
Axe de symétrie : $x - 1,0 = 0$, ou $x = 1,0$
Abscisses à l'origine : –0,2, 2,2; ordonnée à l'origine : 2

Description du rendement de l'élève (en fonction des tâches)	
L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut : • fournir la solution aux questions 1, 2 et 3.	Il n'y a aucune attente particulière en ce qui concerne l'élève qui atteint le standard d'excellence dans le cadre de ces tâches.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des fonctions quadratiques, polynomiales et rationnelles, en utilisant les outils technologiques appropriés.

Résultat spécifique

2.2 Établir le lien entre les transformations algébriques et graphiques des fonctions quadratiques en complétant le carré au besoin.
[L, T, V]

[C] Communication
[L] Liens
[R] Raisonnement
[E] Estimation et calcul mental
[RP] Résolution de problèmes
[T] Technologie
[V] Visualisation

Notes :

- L'élève doit pouvoir communiquer la façon de transformer la fonction quadratique de $y = ax^2 + bx + c$ en $y = a(x - p)^2 + q$.
- Il explore les valeurs de a, p et q et indique comment ces valeurs influent sur le graphique de $y = a(x - p)^2 + q$.
- Il devrait pouvoir indiquer la valeur minimale ou maximale de la fonction après en avoir complété le carré.
- Ce résultat d'apprentissage spécifique est lié au résultat d'apprentissage spécifique 2.1.
- Dans le contexte du carré à compléter, il faudrait mettre l'accent sur la façon de procéder : l'élève doit être capable de montrer ce qu'il fait.
- L'enseignant peut souhaiter développer la formule du sommet : $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$, ou $\left(-\frac{b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$
- L'élève doit se familiariser avec la terminologie des transformations : p. ex., réflexion, translation, développement, contraction, extension.

Description du rendement de l'élève (en fonction du résultat d'apprentissage spécifique)	
L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut :	**L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :**
• compléter le carré lorsque a est un entier positif et p est un entier; • déterminer les valeurs de p et de q, lorsqu'on lui fournit le graphique de la fonction.	• compléter le carré quand a et p sont des nombres rationnels quelconques; • déterminer la valeur de a, lorsqu'on lui fournit le graphique de la fonction.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des fonctions quadratiques, polynomiales et rationnelles, en utilisant les outils technologiques appropriés.

Résultat spécifique

2.2 Établir le lien entre les transformations algébriques et graphiques des fonctions quadratiques en complétant le carré au besoin. [L, T, V]

Exemples de tâches

[ ] Concepts
[✓] Méthodes
[ ] Résolution de problèmes

Question

1. Exprime $y = 2x^2 + 12x + 1$ sous la forme standard.

Solution

1. $y = 2(x^2 + 6x) + 1$
   $y = 2(x^2 + 6x + 9) - 18 + 1$
   $y = 2(x + 3)^2 - 17$

Question

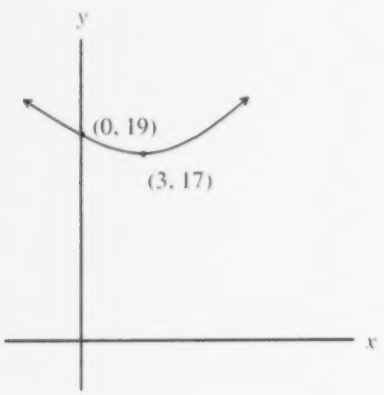
2. Exprime $y = 3x^2 + 6x + m$ sous la forme standard.

Solution

2. $y = 3(x^2 + 2x) + m$
   $y = 3(x^2 + 2x + 1) + m - 3$
   $y = 3(x + 1)^2 + m - 3$

Question

3. Soit le graphique ci-dessous. Écris l'équation de la forme $y = a(x - p)^2 + q$.



(suite)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des fonctions quadratiques, polynomiales et rationnelles, en utilisant les outils technologiques appropriés.

Résultat spécifique

2.2 Établir le lien entre les transformations algébriques et graphiques des fonctions quadratiques en complétant le carré au besoin. [L, T, V]

Exemples de tâches

[ ] Concepts
[✓] Méthodes
[ ] Résolution de problèmes

(suite)

Solution

3. $y = a(x - p)^2 + q$

Sommet : (3, 17)

$y = a(x - 3)^2 + 17$

Passe par le point (0, 19)

$19 = a(0 - 3)^2 + 17$

$19 = a(9) + 17$

$2 = 9a$

$a = \frac{2}{9}$

$y = \frac{2}{9}(x - 3)^2 + 17$

[✓] Méthodes
[✓] Résolution de problèmes

Question

4. Les trois transformations qui suivent ont été appliquées, dans l'ordre où elles sont indiquées, au graphique de $y = x^2$: réflexion par rapport à l'axe des x; allongement vertical selon un facteur de proportionnalité de 2; translation horizontale de 2 vers la droite et translation verticale de –4. Le point $(3, y)$ se trouve sur la parabole résultant de ces trois transformations.
   a) Trouve l'équation de la fonction à la suite de chaque transformation.
   b) Trouve l'ordonnée du graphique final, lorsque $x = 3$.

Solution

4. a) La réflexion produit la fonction $y = -x^2$.
   L'allongement vertical mène à la fonction $y = -2x^2$.
   La translation mène à la fonction finale $y = -2(x - 2)^2 - 4$.
   b) L'ordonnée finale est –6.

Description du rendement de l'élève (en fonction des tâches)	
L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut :	**L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :**
• répondre à la question 1, en complétant le carré; • déterminer p et q à la question 3; • déterminer la fonction après une seule transformation à la question 4.	• compléter le carré à la question 2; • déterminer a à la question 3; • trouver la fonction finale à la question 4; • déterminer correctement la valeur de l'ordonnée du point indiqué, à la question 4.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des fonctions quadratiques, polynomiales et rationnelles, en utilisant les outils technologiques appropriés.

Résultat spécifique

2.3 Utiliser des fonctions quadratiques pour illustrer des situations du quotidien.
[L, RP]

[C] Communication
[L] Liens
[R] Raisonnement
[E] Estimation et calcul mental
[RP] Résolution de problèmes
[T] Technologie
[V] Visualisation

Notes :

- L'élève doit reconnaître que certaines situations réelles peuvent se décrire par des fonctions quadratiques.
- La solution à plusieurs problèmes de la vie courante peut faire appel à l'emploi d'expressions rationnelles.
- L'élève peut employer des outils technologiques pour recueillir et analyser des données.
- Après plusieurs problèmes semblables, les tâches deviennent de la routine pour l'élève.
- On considère du neuf, une tâche avec laquelle l'élève n'est pas familiarisé.
- Ce résultat d'apprentissage spécifique est lié au résultat d'apprentissage spécifique 3.6.
- L'élève est sensé pouvoir représenter le problème par une expression algébrique.
- Il peut résoudre les questions en complétant le carré ou en se servant d'outils technologiques.

Description du rendement de l'élève (en fonction du résultat d'apprentissage spécifique)	
L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut :	**L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :**
• répondre aux questions courantes qui reproduisent des situations réelles; • trouver une solution à des nouvelles situations tirées de la réalité, quand on lui fournit les fonctions qui décrivent ces situations; • arriver à une solution sans toutefois pouvoir en analyser la validité.	• apporter une solution à des situations courantes et nouvelles tirées de la réalité en déterminant les fonctions qui décrivent ces situations; • analyser la validité d'une solution.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des fonctions quadratiques, polynomiales et rationnelles, en utilisant les outils technologiques appropriés.

Résultat spécifique

2.3 Utiliser des fonctions quadratiques pour illustrer des situations du quotidien.
[L, RP]

Exemples de tâches

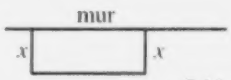
[ ] Concepts
[ ] Méthodes
[✓] Résolution de problèmes

Question

1. Quelle est l'aire rectangulaire maximale que peut délimiter une clôture de 120 m de longueur, lorsqu'un mur existant forme un des côtés du rectangle?

Solution

1.



Périmètre = $2x + y = 120$

Aire = xy

$= x(120 - 2x)$

$= -2x^2 + 120x$

$= -2(x^2 - 60x + 900) + 1\,800$

$= -2(x - 30)^2 + 1\,800$

L'aire maximale est de 1 800 m^2.

Question

2. Un logiciel est offert aux élèves à 20 $ l'exemplaire et, à ce prix, 300 élèves sont prêts à l'acheter. Chaque fois qu'on augmente le prix de 5 $, le nombre d'élèves prêts à l'acheter diminue de 30. Quel est le revenu maximal qu'on peut tirer de la vente du logiciel?

Solution

2. Soit x le nombre d'augmentations de 5 $.

Revenu = Coût × nombre

$= (20 + 5x)(300 - 30x)$

$= -150x^2 + 900x + 6\,000$

$= -150(x^2 - 6x + 9) + 6\,000 + 1\,350$

$= -150(x - 3)^2 + 7\,350$

Le revenu maximal est 7 350 $.

(suite)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des fonctions quadratiques, polynomiales et rationnelles, en utilisant les outils technologiques appropriés.

Résultat spécifique

2.3 Utiliser des fonctions quadratiques pour illustrer des situations du quotidien.
[L, RP]

Exemples de tâches

[ ] Concepts
[ ] Méthodes
[✓] Résolution de problèmes

(suite)

Question

3. La fonction $h(t) = -4{,}9t^2 + 5t + 2$ décrit la hauteur (h), en mètres, d'une balle à un moment (t), en secondes.
   a) Quelle est la hauteur lorsque $t = 1$ s?
   b) Quelle est la hauteur maximale atteinte par la balle?
   c) Quand la balle atteint-elle sa hauteur maximale?
   d) Détermine le moment où la balle atteint une hauteur de 1,00 m.
   e) Combien de temps la balle est-elle dans les airs?
   f) Lorsque $t = 0$, la hauteur à laquelle se trouve la balle est 2 m. Explique.

Solution

3. a) $h(t) = -4{,}9t^2 + 5t + 2$
$h(1) = -4{,}9(1)^2 + 5(1) + 2$
$h(1) = 2{,}1$
La balle se trouvera à une hauteur de 2,1 m après 1 s.

b) $h(t) = -4{,}9t^2 + 5t + 2$

Sommet : $t = \dfrac{-b}{2a}$

$= \dfrac{-5}{-9{,}8}$

$= 0{,}51$ s

$h = \dfrac{4ac - b^2}{4a}$

$= \dfrac{4(-4{,}9)(2) - 5^2}{4(-4{,}9)}$

$= 3{,}28$ m

La balle atteindra une hauteur maximale de 3,28 m.

c) La balle atteint sa hauteur maximale 0,51 s après le lancement.

(suite)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des fonctions quadratiques, polynomiales et rationnelles, en utilisant les outils technologiques appropriés.

Résultat spécifique

2.3 Utiliser des fonctions quadratiques pour illustrer des situations du quotidien.
[L, RP]

Exemples de tâches

[ ] Concepts
[ ] Méthodes
[✓] Résolution de problèmes

(suite)

Solution

3. d) $h = -4{,}9t^2 + 5t + 2$

$1 = -4{,}9t^2 + 5t + 2$

$0 = -4{,}9t^2 + 5t + 1$

$$t = \frac{-5 \pm \sqrt{(5)^2 - 4(-4{,}9)(1)}}{2(-4{,}9)}$$

$t = 1{,}19$ s, puisque t doit être positif.

La balle atteindra une hauteur de 1 m en 1,19 seconde.

e) $h(t) = -4{,}9t^2 + 5t + 2$

$0 = -4{,}9t^2 + 5t + 2$

$$t = \frac{-5 \pm \sqrt{(5)^2 - 4(-4{,}9)(2)}}{2(-4{,}9)}$$

$t = 1{,}33$ s.

La balle se trouve dans les airs pendant 1,33 seconde.

f) Cela représente la position de départ, puisque quand $t = 0$, $h(t) = 2$.

Description du rendement de l'élève (en fonction des tâches)	
L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut :	**L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :**
• répondre à la question 1; • apporter une solution partielle à la question 2; • répondre aux parties a, b et c de la question 3.	• apporter une solution algébrique à la question 2; • répondre à toutes les parties de la question 3.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des fonctions quadratiques, polynomiales et rationnelles, en utilisant les outils technologiques appropriés.

Résultat spécifique

2.4 Résoudre des équations quadratiques et faire le lien avec les zéros des fonctions quadratiques correspondantes, en utilisant :
- la factorisation,
- la formule quadratique,
- le graphique.

[L, E, T, V]

[C] Communication
[L] Liens
[R] Raisonnement
[E] Estimation et calcul mental
[RP] Résolution de problèmes
[T] Technologie
[V] Visualisation

Notes :

- L'élève est censé résoudre les équations quadratiques en complétant le carré seulement dans le cadre de l'étude de la dérivation de la formule quadratique.
- La terminologie associée aux zéros, aux abscisses à l'origine et aux racines est la suivante : il y a les zéros des fonctions, les abscisses à l'origine du graphique de la fonction et les racines de l'équation correspondante.
- L'élève se sert d'outils technologiques pour trouver les zéros, les abscisses à l'origine et les racines.
- Il faut effacer de la calculatrice tout programme qui y a été installé, y compris la formule quadratique, au moment de passer l'examen en vue du diplôme de Mathématiques pures 30.
- Ce résultat d'apprentissage spécifique est lié au résultat d'apprentissage spécifique 2.1.

Description du rendement de l'élève (en fonction du résultat d'apprentissage spécifique)

L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut :

- résoudre des équations quadratiques de base en utilisant la factorisation;
- résoudre la plupart des équations quadratiques en se servant de la formule quadratique, même lorsque la factorisation lui permettrait d'arriver à une solution plus rapidement;
- établir le lien entre les abscisses à l'origine du graphique de la fonction et les racines de l'équation correspondante.

L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :

- résoudre des équations quadratiques par n'importe quelle méthode. (L'élève choisira la factorisation de préférence à la formule quadratique si cela permet de trouver la solution plus rapidement.)
- exprimer des solutions irrationnelles sous la forme d'un radical mixte simplifié.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des fonctions quadratiques, polynomiales et rationnelles, en utilisant les outils technologiques appropriés.

Résultat spécifique

2.4 Résoudre des équations quadratiques et faire le lien avec les zéros des fonctions quadratiques correspondantes, en utilisant :
- la factorisation,
- la formule quadratique,
- le graphique.

[L, E, T, V]

Exemples de tâches

[ ] Concepts
[ ] Méthodes
[✓] Résolution de problèmes

Question

1. Le graphique de la fonction quadratique $y = 2x^2 - 4$ est reproduit ci-dessous. Trois points, *A*, *B* et *C*, sont indiqués. Quelles sont les valeurs de *A*, *B* et *C*, et que représentent-elles?

Solution

1. La valeur de *A* est $(-\sqrt{2}, 0)$ et représente une solution de $2x^2 - 4 = 0$.
   La valeur de *B* est $(0, -4)$ et représente la valeur minimale de $y = 2x^2 - 4$.
   La valeur de *C* est $(\sqrt{2}, 0)$ et représente une deuxième solution de $2x^2 - 4 = 0$.

Question

2. Explique comment on peut déterminer les racines de $x^2 - 2x - 3 = 0$ en traçant le graphique des fonctions $y = x^2$ et $y = 2x + 3$.

Solution

2. Les racines de $x^2 - 2x - 3 = 0$ correspondront aux points d'intersection de $y = x^2$ et de $y = 2x + 3$.

(suite)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des fonctions quadratiques, polynomiales et rationnelles, en utilisant les outils technologiques appropriés.

Résultat spécifique

2.4 Résoudre des équations quadratiques et faire le lien avec les zéros des fonctions quadratiques correspondantes, en utilisant :
- la factorisation,
- la formule quadratique,
- le graphique.

[L, E, T, V]

Exemples de tâches

[ ] Concepts
[ ] Méthodes
[✓] Résolution de problèmes

(suite)

Question

3. Écris une fonction quadratique à coefficients entiers dont les racines sont $x = -2$ et $x = \frac{1}{3}$. Développe ensuite la fonction.

Solution

3. $y = a(x + 2)(x - \frac{1}{3})$

Suppose que $a = 3$
$y = (x + 2)(3x - 1)$
ou $y = 3x^2 + 5x - 2$

Question

4. Écris une fonction quadratique de la forme $y = a(x - r)(x - s)$ où les abscisses à l'origine sont -2 et 3 et dont le graphique passe par le point $(-1, 6)$. Laisse ta réponse sous forme de facteurs.

Solution

4. $y = a(x + 2)(x - 3)$
Quand $x = -1$, $y = 6$
$6 = a(-1 + 2)(-1 - 3)$

$$a = -\frac{3}{2}$$

$$y = -\frac{3}{2}(x + 2)(x - 3)$$

Question

5. Sers-toi de la formule quadratique pour déterminer les valeurs exactes, dans leur forme la plus simple, de l'ensemble-solution de $x^2 - 4x + 1 = 0$.

Solution

5. $$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(1)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{12}}{2}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{4}\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{2(2 \pm \sqrt{3})}{2}$$

$$x = 2 \pm \sqrt{3}$$

(suite)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des fonctions quadratiques, polynomiales et rationnelles, en utilisant les outils technologiques appropriés.

Résultat spécifique

2.4 Résoudre des équations quadratiques et faire le lien avec les zéros des fonctions quadratiques correspondantes, en utilisant :
- la factorisation,
- la formule quadratique,
- le graphique.

[L, E, T, V]

Exemples de tâches

[ ] Concepts
[ ] Méthodes
[✓] Résolution de problèmes

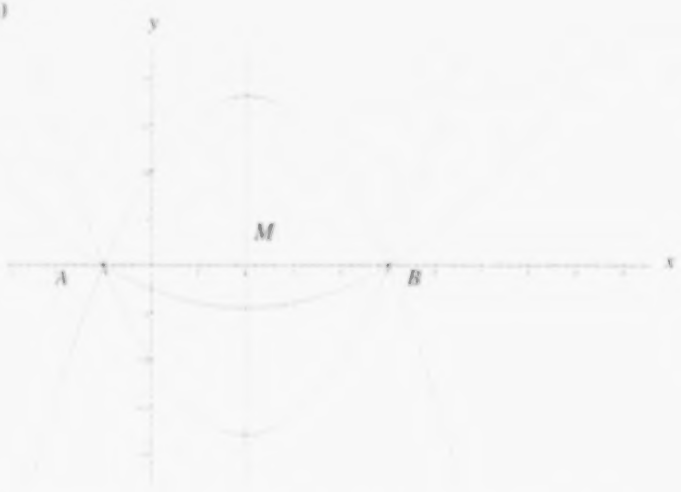
(suite)

Question

6. Les racines d'une équation quadratique sont –1 et 5. Où pourrait se situer le sommet de la fonction quadratique correspondante?
   a) Produis un diagramme sommaire pour illustrer où le sommet pourrait se situer.
   b) Explique où le sommet pourrait être situé.

Solution

6. a)



b) Le sommet $(2, y)$ se situe n'importe où sur la ligne $x - 2 = 0$. Le sommet se trouve sur l'axe de symétrie de la parabole. Cet axe passe par le point milieu M du segment de droite AB, où $A = (-1, 0)$ et $B = (5, 0)$.

Description du rendement de l'élève (en fonction des tâches)

L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut :	L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :
• indiquer les racines à la question 1; • répondre à la question 2; • déterminer les facteurs composant la fonction à la question 3; • déterminer la fonction $y = (x + 2)(x - 3)$ à la question 4; • trouver la solution $x = \frac{4 \pm \sqrt{12}}{2}$ à la question 5; • esquisser le graphique d'une parabole à la question 6.	• décrire ce que les points A, B et C représentent à la question 1; • déterminer la fonction demandée à la question 3; • trouver la fonction $y = -\frac{3}{2}(x + 2)(x - 3)$ à la question 4; • trouver la solution $x = 2 \pm \sqrt{3}$ à la question 5; • esquisser le graphique de plus d'une parabole et donner une explication claire à la partie b de la question 6.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des fonctions quadratiques, polynomiales et rationnelles, en utilisant les outils technologiques appropriés.

Résultat spécifique

2.5 Déterminer la nature réelle et non réelle des racines d'une équation quadratique :
- en utilisant le discriminant de l'équation quadratique,
- graphiquement.

[C, R, T, V]

[C] Communication
[L] Liens
[R] Raisonnement
[E] Estimation et calcul mental
[RP] Résolution de problèmes
[T] Technologie
[V] Visualisation

Notes :

- Les nombres complexes ne font pas partie du programme d'études.
- Ce résultat d'apprentissage spécifique est lié au resultat d'apprentissage spécifique 3.6.

. Description du rendement de l'élève (en fonction du résultat d'apprentissage spécifique)

L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut :	**L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :**
• calculer le discriminant de toute équation quadratique; • décrire la nature des racines; • déterminer la valeur des paramètres a, b ou c dans $b^2 - 4ac = 0$.	• déterminer la valeur des paramètres a, b ou c, lorsqu'il connaît la nature des racines.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des fonctions quadratiques, polynomiales et rationnelles, en utilisant les outils technologiques appropriés.

Résultat spécifique

2.5 Déterminer la nature réelle et non réelle des racines d'une équation quadratique :
- en utilisant le discriminant de l'équation quadratique,
- graphiquement.

[C, R, T, V]

Exemples de tâches

[ ] Concepts
[✓] Méthodes
[ ] Résolution de problèmes

Question

1. Détermine la valeur du discriminant de $2x^2 + 3x - 7 = 0$ et indique la nature des racines.

Solution

1. $b^2 - 4ac = 3^2 - 4(2)(-7)$
$= 9 + 56$
$= 65$
Puisque $b^2 - 4ac > 0$, il y a deux racines réelles.

Question

2. a) Détermine la valeur de k dans l'équation $x^2 + 4x + k = 0$, lorsque les racines de celle-ci sont égales et réelles.
b) Quelles sont les racines de l'équation?

Solution

2. a) $b^2 - 4ac = 0$
$4^2 - 4(1)(k) = 0$
$16 - 4k = 0$
$4k = 16$
$k = 4$

b) $x^2 + 4x + 4 = 0$
$(x + 2)(x + 2) = 0$
La racine est $x = -2$.

(suite)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des fonctions quadratiques, polynomiales et rationnelles, en utilisant les outils technologiques appropriés.

Résultat spécifique

2.5 Déterminer la nature réelle et non réelle des racines d'une équation quadratique :
- en utilisant le discriminant de l'équation quadratique,
- graphiquement.

[C, R, T, V]

Exemples de tâches

[ ] Concepts
[✓] Méthodes
[ ] Résolution de problèmes

(suite)

Question

3. Pour quelles valeurs de k le graphique de $f(x) = x^2 + 4x + k$ coupe-t-il l'axe des x deux fois?

Solution

3. $f(x) = x^2 + 4x + k$

$b^2 - 4ac > 0$, s'il y a deux points d'intersection

$4^2 - 4(1)(k) > 0$

$16 > 4k$

$4k < 16$

$k < 4$

Question

4. Pour quelles valeurs de k le graphique de $f(x) = 3x^2 + kx + 5$ ne coupe-t-il pas l'axe des x?

Solution

4. $f(x) = 3x^2 + kx + 5$

$b^2 - 4ac < 0$

$k^2 - 4(3)(5) < 0$

$k^2 < 60$

$\therefore -7{,}75 < k < 7{,}75$

ou

$-2\sqrt{15} < k < 2\sqrt{15}$

Description du rendement de l'élève (en fonction des tâches)	
L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut :	**L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :**
• répondre à la question 1; • déterminer la valeur de k à la question 2; • résoudre la question 3.	• déterminer les racines de l'équation à la question 2; • résoudre la question 4.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

STANDARDS RELATIFS AUX AUTRES ÉQUATIONS ET FONCTIONS NON LINÉAIRES ET POLYNOMIALES

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE GÉNÉRAUX

- Représenter et analyser des situations comportant des expressions mathématiques, des équations et des inéquations.
- Examiner la nature de relations en mettant l'accent sur les fonctions.
- Représenter et analyser des fonctions quadratiques, polynomiales et rationnelles, en utilisant les outils technologiques appropriés.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

3.1 Résoudre des équations non linéaires :
- par la factorisation,
- graphiquement.

[L, T, V]

3.2 Utiliser le théorème du reste pour évaluer des expressions polynomiales et le théorème de factorisation pour déterminer les facteurs de polynômes.
[E, RP, T]

3.3 Effectuer des opérations sur des fonctions et des compositions de fonctions.
[L, E, RP]

3.4 Déterminer la réciproque d'une fonction.
[L, R, V]

3.5 Décrire, tracer et analyser les fonctions polynomiales et rationnelles, en utilisant les outils technologiques.
[C, R, T, V]

3.6 Formuler et appliquer des stratégies pour résoudre :
- des équations valeur absolue,
- des équations contenant des radicaux,
- des équations rationnelles,
- des inégalités quadratiques,
- des inégalités polynomiales.

[L, R, T, V]

Domaine : Les régularités et les relations (Les variables et les équations)

L'élève devra :

- représenter des expressions algébriques de plusieurs façons.

Domaine : Les régularités et les relations (Les relations et les fonctions)

L'élève devra :

- utiliser des représentations algébriques ou graphiques pour généraliser des régularités, faire des prédictions et résoudre des problèmes.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des situations comportant des expressions mathématiques, des équations et des inéquations.

Résultat spécifique

3.1 Résoudre des équations non linéaires :
- par la factorisation,
- graphiquement.

[L, T, V]

[C] Communication
[L] Liens
[R] Raisonnement
[E] Estimation et calcul mental
[RP] Résolution de problèmes
[T] Technologie
[V] Visualisation

Notes :

- La factorisation a trait uniquement aux équations polynomiales et devrait être vue en même temps que le résultat d'apprentissage spécifique 3.2.
- Les facteurs répétés de la forme $(x - a)^2$, $(ax - b)^2$ et $(x - a)^3$ sont inclus dans ce résultat d'apprentissage.
- D'autres équations non linéaires sont couvertes par les résultats d'apprentissage spécifiques 3.5 et 3.6.
- L'élève devrait être capable de fournir les renseignements qui suivent dans la fenêtre de la calculatrice.

Y1 =
Y2 =
Y3 =
Y4 =
Y5 =
Y6 =
Y7 =

WINDOW
Xmin=
Xmax=
Xscl=
Ymin=
Ymax=
Yscl=

- Il est approprié d'inclure des questions qui nécessitent l'utilisation de la formule quadratique (résultat d'apprentissage spécifique 2.5) pour obtenir une solution complète.

Description du rendement de l'élève (en fonction du résultat d'apprentissage spécifique)	
L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut :	**L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :**
• résoudre des équations polynomiales de troisième degré ou de degré supérieur, mais a de la difficulté à répondre à des questions qui nécessitent l'utilisation du théorème du reste et du théorème de factorisation, à moins qu'on ne l'aide; • résoudre graphiquement des équations non linéaires, mais a tendance à n'utiliser qu'une seule méthode, en fixant un des membres de l'équation égal à zéro ou en déterminant les points d'intersection entre deux graphiques.	• résoudre des équations polynomiales de troisième degré ou de degré supérieur et utiliser le théorème du reste et le théorème de factorisation efficacement, au besoin; • résoudre graphiquement des équations non linéaires et utiliser diverses méthodes, en choisissant celle qui est la plus appropriée.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des situations comprenant des expressions mathématiques, des équations et des inéquations.

Résultat spécifique

3.1 Résoudre des équations non linéaires :
- par la factorisation,
- graphiquement.

[L, T, V]

Exemples de tâches

[ ] Concepts
[✓] Méthodes
[ ] Résolution de problèmes

Question

1. Résous par factorisation :
$2x^3 + 3x^2 - 8x - 12 = 0$

Solution

1. $2x^3 + 3x^2 - 8x - 12 = 0$

$x^2(2x + 3) - 4(2x + 3) = 0$

$(x^2 - 4)(2x + 3) = 0$

$(x - 2)(x + 2)(2x + 3) = 0$

$x = 2, -2, -\frac{3}{2}$

Question

2. Résous par factorisation :
$x^3 - 2x + 1 = 0$

Solution

2. $P(x) = x^3 - 2x + 1$

$P(1) = 1 - 2 + 1 = 0$

$$\begin{array}{r} x^2 + x - 1 \\ (x-1)\overline{)x^3 + 0x^2 - 2x + 1} \\ \underline{x^3 - x^2} \\ x^2 - 2x \\ \underline{x^2 - x} \\ -x + 1 \\ \underline{-x + 1} \\ 0 \end{array}$$

Facteurs : $(x-1)(x^2 + x - 1)$.

Utilisation de la formule quadratique pour $x^2 + x - 1 = 0$:

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4(1)(-1)}}{2}$$

$x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ et $x = 1$.

(suite)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des situations comprenant des expressions mathématiques, des équations et des inéquations.

Résultat spécifique

3.1 Résoudre des équations non linéaires :
- par la factorisation,
- graphiquement.

[L, T, V]

Exemples de tâches

[ ] Concepts
[ ] Méthodes
[✓] Résolution de problèmes

(suite)

Question

3. Voici un graphique partiel d'une fonction cubique. Détermine l'équation sous forme factorisée.

Solution

3. $y = a(x + 1)(x - 2)(x - 2)$ où $y(0) = -8$
$-8 = 4a$
$y = -2(x + 1)(x - 2)(x - 2)$

Description du rendement de l'élève (en fonction des tâches)	
L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut : • répondre à la question 1; • déterminer une racine à la question 2; • vérifier que $(x + 1)$ et $(x - 2)$ sont des facteurs à la question 3.	**L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :** • déterminer toutes les racines à la question 2; • donner une solution complète à la question 3.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des situations comportant des expressions mathématiques, des équations et des inéquations.

Résultat spécifique

3.2 Utiliser le théorème du reste pour évaluer des expressions polynomiales et le théorème de factorisation pour déterminer les facteurs de polynômes.
[E, RP, T]

[C] Communication
[L] Liens
[R] Raisonnement
[E] Estimation et calcul mental
[RP] Résolution de problèmes
[T] Technologie
[V] Visualisation

Notes :

- Les nombres complexes ne font pas partie du programme d'études.
- Les théorèmes du zéro entier et du zéro rationnel ne sont pas des éléments requis de ce résultat d'apprentissage spécifique.
- L'application du théorème du reste et du théorème de factorisation devrait être limitée aux zéros entiers.
- Les facteurs répétés de la forme $(x-a)^2$, $(ax-b)^2$ et $(x-a)^3$ sont inclus en tant qu'éléments de ce résultat d'apprentissage.
- Les zéros entiers doivent être utilisés pour réduire les équations polynomiales à une forme du second degré.
- Les systèmes d'équations (résultat spécifique d'apprentissage 1.2) devraient être étudiés avant ce résultat d'apprentissage spécifique.
- La division synthétique n'est pas un élément requis de ce résultat d'apprentissage spécifique, mais nombre d'enseignants pourraient l'inclure en tant que méthode plus rapide de division par des facteurs de la forme $(x-a)$.

Description du rendement de l'élève (en fonction du résultat d'apprentissage spécifique)

L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut :	**L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :**
• déterminer si $(x-a)$ est un facteur d'un polynôme; • déterminer le reste, lors de la division d'un polynôme par $x-a$; • déterminer un coefficient d'un polynôme, étant donné les facteurs.	• appliquer le théorème du reste et le théorème de factorisation pour déterminer la valeur de plus d'un coefficient d'un polynôme.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des situations comportant des expressions mathématiques, des équations et des inéquations.

Résultat spécifique

3.2 Utiliser le théorème du reste pour évaluer des expressions polynomiales et le théorème de factorisation pour déterminer les facteurs de polynômes.
[E, RP, T]

Exemples de tâches

[✓] Concepts
[✓] Méthodes
[ ] Résolution de problèmes

Question

1. Décompose $3x^3 + x^2 - 8x + 4$ en facteurs.

Solution :

1. $P(-2) = 3(-2)^3 + (-2)^2 - 8(-2) + 4 = 0$
   $(x + 2)$ est un facteur
   $(3x^2 - 5x + 2)$ est l'autre facteur
   $\therefore (x - 1)(x + 2)(3x - 2)$ sont les facteurs.

Question

2. Étant donné le graphique $y = P(x)$, détermine le reste lorsqu'on divise $P(x)$ par $x - 2$.

Solution

2. Reste $= P(2) = -12$

Question

3. Le reste de la division du polynôme $P(x) = 3x^3 + kx^2 + 3x - 5$ par $x - 2$ est 9. Détermine la valeur de k.

Solution

3. $P(2) = 9$; $P(2) = 3(2)^3 + k(2)^2 + 3(2) - 5$
   $9 = 24 + 4k + 6 - 5$
   $9 = 25 + 4k$
   $-16 = 4k$
   $\therefore k = -4$

(suite)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des situations comportant des expressions mathématiques, des équations et des inéquations.

Résultat spécifique

3.2 Utiliser le théorème du reste pour évaluer des expressions polynomiales et le théorème de factorisation pour déterminer les facteurs de polynômes.
[E, RP, T]

Exemples de tâches

[✓] Concepts
[✓] Méthodes
[✓] Résolution de problèmes

(suite)

Question

4. Le reste de la division du polynôme $P(x) = 4x^3 + bx^2 - cx + 11$ par $x + 2$ est égal à -7 et celui de sa division par $x - 1$ est égal à 14. Détermine les valeurs de b et c.

Solution

4. $P(-2) = 7$

$-7 = 4(-2)^3 + b(-2)^2 - c(-2) + 11$

$-7 = -32 + 4b + 2c + 11$

$P(1) = 14$

$14 = 4(1)^3 + b(1) - c(1) + 11$
$14 = 4b + 2c$

$14 = 4 + b - c + 11$
$-1 = b - c$

Résoudre le système d'équation :
$14 = 4b + 2c$
$-1 = b - c$
$b = 2; c = 3.$

Description du rendement de l'élève (en fonction des tâches)	
L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut :	**L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :**
• résoudre les questions 1, 2 et 3.	• résoudre la question 4.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Examiner la nature de relations en mettant l'accent sur les fonctions.

Résultat spécifique

3.3 Effectuer des opérations sur des fonctions et des compositions de fonctions.
[L, E, RP]

[C] Communication
[L] Liens
[R] Raisonnement
[E] Estimation et calcul mental
[RP] Résolution de problèmes
[T] Technologie
[V] Visualisation

Notes :

- Diverses notations sont utilisées dans la ressource approuvée pour représenter la composition des fonctions. L'élève devrait connaître les notations $f(g(x))$ et $(f \bullet g)(x)$ pour la composition de f et g.
- Bien que ce résultat d'apprentissage spécifique ne fasse appel ni à la technologie ni à la visualisation, si le temps le permet, il est utile de faire le lien entre les graphiques des fonctions originaux et ceux des fonctions résultant des opérations et/ou des compositions.

Description du rendement de l'élève (en fonction du résultat d'apprentissage spécifique)	
L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut :	**L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :**
• effectuer des opérations sur des fonctions et des compositions de fonctions.	• se rendre compte que le domaine et l'image de la nouvelle fonction seront différents et préciser le nouveau domaine et la nouvelle image.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Examiner la nature de relations en mettant l'accent sur les fonctions.

Résultat spécifique

3.3 Effectuer des opérations sur des fonctions et des compositions de fonctions.
[L, E, RP]

Exemples de tâches

[ ] Concepts
[✓] Méthodes
[ ] Résolution de problèmes

Question

1. Si $f(x) = x + 2$ et $g(x) = x^2 - 4$, alors résous les équations qui suivent et indique toute restriction applicable à la variable.

   a) $f(2) + g(3)$

   b) $f(g(4))$

   c) $f(x) + g(x)$

   d) $f(x) - g(x)$

   e) $f(x) \bullet g(x)$

   f) $\dfrac{f(x)}{g(x)}$

   g) $f(g(x))$

   h) $g(f(x))$

Solution

1. a) $f(2) + g(3) = 4 + 5$
   $= 9$

   b) $f(g(4))$
   $g(4) = 4^2 - 4 = 12$
   $f(12) = 12 + 2 = 14$

   c) $f(x) + g(x) = (x + 2) + (x^2 - 4)$
   $= x^2 + x - 2$

   d) $f(x) - g(x) = (x + 2) - (x^2 - 4)$
   $= -x^2 + x + 6$

   e) $f(x) \bullet g(x) = (x + 2)(x^2 - 4)$
   $= x^3 + 2x^2 - 4x - 8$

(suite)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage
Résultat général Examiner la nature de relations en mettant l'accent sur les fonctions. **Résultat spécifique** 3.3 Effectuer des opérations sur des fonctions et des compositions de fonctions. [L, E, RP]

Exemples de tâches

[ ] Concepts
[✓] Méthodes
[ ] Résolution de problèmes

(suite)

Solution

1. f) $\dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{x+2}{x^2-4} = \dfrac{x+2}{(x+2)(x-2)} = \dfrac{1}{x-2}$

$x \neq \pm 2$

g) $f(g(x)) = (x^2-4)+2$
$= x^2-2$

h) $g(f(x)) = (x+2)^2-4$
$= x^2+4x+4-4$
$= x^2+4x$

Description du rendement de l'élève (en fonction des tâches)	
L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut :	**L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :**
• résoudre entièrement les parties a à e de la question; • résoudre partiellement les parties f à h.	• résoudre entièrement les parties f à h de la question et préciser les restrictions.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Examiner la nature de relations en mettant l'accent sur les fonctions.

Résultat spécifique

3.4 Déterminer la réciproque d'une fonction.
[L, R, V]

[C] Communication
[L] Liens
[R] Raisonnement
[E] Estimation et calcul mental
[RP] Résolution de problèmes
[T] Technologie
[V] Visualisation

Notes :

- Dans *Omnimaths 11* de Chenelière/McGraw-Hill, la notation $f^{-1}(x)$ est utilisée pour la réciproque de toute fonction, que cette réciproque soit ou non une fonction.
- Lorsqu'ils écrivent les équations de fonctions réciproques, les élèves devraient indiquer les restrictions applicables au domaine et à l'image; par exemple, si $f(x) = 1 - \sqrt{x}$, alors $f^{-1}(x) = x^2 - 2x + 1$, et $f^{-1}(x) \geq 0, x \leq 1$.
- Les outils technologiques sont utiles pour tracer le graphique des fonctions réciproques.
- L'enseignement des fonctions réciproques à titre de sujet distinct ne fait pas partie de ce résultat d'apprentissage spécifique.

Description du rendement de l'élève (en fonction du résultat d'apprentissage spécifique)	
L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut :	**L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :**
• reconnaître la notation $f^{-1}(x)$; • déterminer la réciproque d'une fonction.	• faire la distinction entre les notations $f^{-1}(x)$ et $\frac{1}{f(x)}$; • déterminer si $f^{-1}(x)$ est une fonction; • déterminer le domaine et l'image de la fonction réciproque.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Examiner la nature de relations en mettant l'accent sur les fonctions.

Résultat spécifique

3.4 Déterminer la réciproque d'une fonction.
[L, R, V]

Exemples de tâches

[ ] Concepts
[✓] Méthodes
[✓] Résolution de problèmes

Question

1. Écris la réciproque de $f(x) = x^2 + 2$; indique si la réciproque est une fonction; précise son domaine et son image, s'il y a lieu.

Solution

1. Réciproque : $x = y^2 + 2$ ou $f^{-1}(x) = \pm\sqrt{x-2}$. La réciproque n'est pas une fonction. Le domaine est $x \geq 2$ et l'image est $y \in R$.

Question

2. Suzanne a déterminé, de façon erronée, que la réciproque de $y = 1 - \sqrt{x}$ est $y = x^2 - 2x + 1$, et elle se sert d'un outil graphique pour tracer la réciproque. Explique pourquoi le graphique de la réciproque correcte n'est pas une parabole.

Solution

2. Le domaine et l'image de $y = 1 - \sqrt{x}$ sont $x \geq 1$ et $y \leq 1$. Par conséquent, le domaine et l'image de la réciproque doivent être $x \leq 1$ et $y \geq 1$. Lorsque Suzanne a trouvé la réciproque, elle aurait dû restreindre le domaine de la façon suivante :

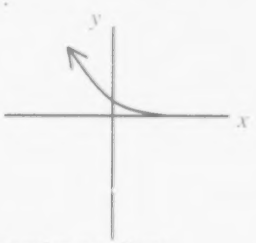
$x = 1 - \sqrt{y}, x \leq 1$

$\sqrt{y} = 1 - x, x \leq 1$

$(\sqrt{y})^2 = (1-x)^2, x \leq 1$

$y = (1-x)^2, x \leq 1$

$y = x^2 - 2x + 1, x \leq 1$



Le graphique correspond à la moitié gauche seulement d'une parabole.

Description du rendement de l'élève (en fonction des tâches)	
L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut :	**L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :**
• déterminer la réciproque, ainsi que le domaine et l'image à la question 1, en n'incluant qu'une seule racine carrée; • esquisser la réciproque de la fonction à la question 2.	• déterminer la réciproque, en incluant les deux racines carrées, ainsi que le domaine et l'image, à la question 1; • inclure les restrictions applicables au domaine et à l'image à la question 2; • expliquer pourquoi, à la question 2, la réciproque n'est pas une parabole complète.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des fonctions quadratiques, polynomiales et rationnelles, en utilisant les outils technologiques appropriés.

Résultat spécifique

3.5 Décrire, tracer et analyser les fonctions polynomiales et rationnelles, en utilisant les outils technologiques.
[C, R, T, V]

[C] Communication
[L] Liens
[R] Raisonnement
[E] Estimation et calcul mental
[RP] Résolution de problèmes
[T] Technologie
[V] Visualisation

Notes :

- **Ce résultat d'apprentissage spécifique peut prendre énormément de temps.**
- L'élève devrait être familiarisé avec les termes « continue » et « discontinue » en ce qui concerne les fonctions.
- Lors de la description des fonctions polynomiales, il convient de tenir compte des caractéristiques suivantes :
  - reconnaître qu'un graphique quelconque représente une fonction polynomiale;
  - coefficient principal;
  - degré;
  - forme;
  - valeurs maximales ou minimales, en se servant d'outils technologiques;
  - domaine et image — à partir du graphique uniquement pour l'image;
  - abscisse et ordonnée à l'origine;
  - multiplicité des racines.
- « Racine double » signifie que la racine a une multiplicité de 2.
- Lors de la description des fonctions rationnelles, il convient de tenir compte des caractéristiques suivantes :
  - reconnaître qu'un graphique représente une fonction rationnelle;
  - forme;
  - asymptotes verticale et horizontale — pas d'autres asymptotes;
  - domaine et image — à partir du graphique uniquement pour l'image;
  - valeurs maximales et minimales;
  - abscisse et ordonnée à l'origine.
- L'enseignement des fonctions réciproques à titre de sujet distinct ne fait pas partie de ce résultat d'apprentissage spécifique.
- L'élève devrait être capable de déterminer les racines d'une équation polynomiale. Les racines qui sont des entiers peuvent être déterminées algébriquement et les racines qui ne sont pas des entiers, graphiquement.
- L'élève devrait être capable d'établir le lien entre les zéros d'une fonction polynomiale et la solution de l'équation polynomiale correspondante.
- L'élève devrait être capable d'établir le lien entre les zéros d'une fonction rationnelle $\frac{N(x)}{D(x)}$ et les zéros de $N(x)$.

Description du rendement de l'élève (en fonction du résultat d'apprentissage spécifique)

L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut :

- manipuler la fenêtre de la calculatrice pour déterminer certaines caractéristiques des fonctions polynomiales et rationnelles;
- trouver la plupart des caractéristiques des fonctions polynomiales et rationnelles;
- déterminer le domaine, y compris l'emplacement des asymptotes verticales;
- identifier les asymptotes horizontales et verticales.

L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :

- énumérer toutes les caractéristiques des fonctions polynomiales et rationnelles, en utilisant la terminologie appropriée;
- déterminer les équations des asymptotes horizontales et verticales.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des fonctions quadratiques, polynomiales et rationnelles, en utilisant les outils technologiques appropriés.

Résultat spécifique

3.5 Décrire, tracer et analyser les fonctions polynomiales et rationnelles, en utilisant les outils technologiques.
[C, R, T, V]

Exemples de tâches

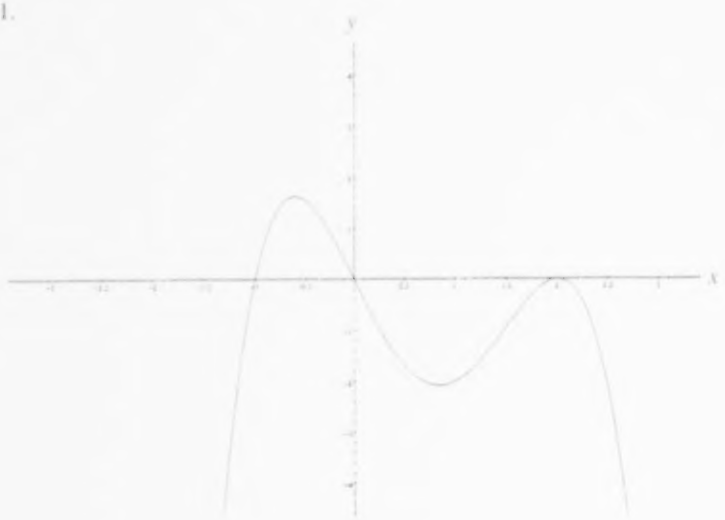
[✓] Concepts
[ ] Méthodes
[ ] Résolution de problèmes

Question

1. En te servant d'un outil technologique, trace le graphique de $P(x) = -x^4 + 3x^3 - 4x$.
   a) Indique les abscisses à l'origine.
   b) Indique la multiplicité des racines de $P(x) = 0$.
   c) Détermine les valeurs maximales et minimales à une décimale près.
   d) Indique le domaine et l'image, à une décimale près.
   e) Indique l'image lorsque $x < -1$.
   f) Exprime $P(x)$ sous forme de facteurs.

Solution

1.



a) 2, 0, –1
b) La racine 2 est une racine double — multiplicité de 2.
Les racines 0 et –1 sont chacune une racine simple — multiplicité de 1.
c) Maximums relatifs : 1,6 et 0.
Minimum relatif : –2,1.
d) $x \in R \quad y \leq 1{,}6$
e) $y < 0$
f) $P(x) = -x(x-2)^2(x+1)$

(suite)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des fonctions quadratiques, polynomiales et rationnelles, en utilisant les outils technologiques appropriés.

Résultat spécifique

3.5 Décrire, tracer et analyser les fonctions polynomiales et rationnelles, en utilisant les outils technologiques.
[C, R, T, V]

Exemples de tâches

[✓] Concepts
[ ] Méthodes
[✓] Résolution de problèmes

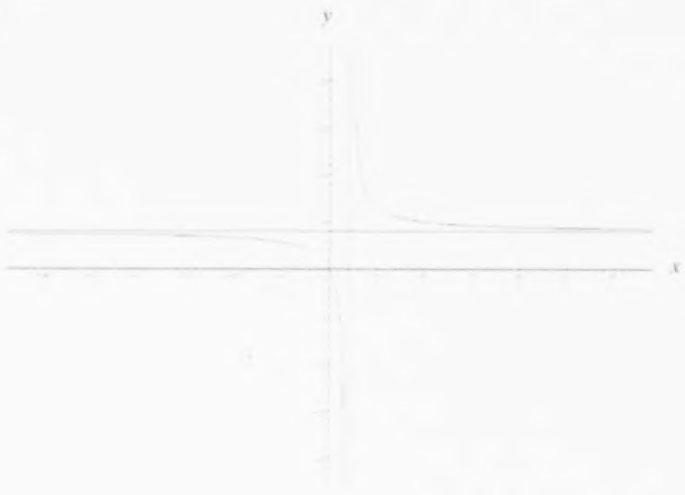
(suite)

Question

2. Sers-toi d'un outil technologique pour tracer le graphique de $y = \frac{4x}{x-2}$.
   a) Indique l'asymptote verticale.
   b) Indique l'asymptote horizontale.
   c) Indique le domaine et l'image.
   d) Indique l'abscisse et l'ordonnée à l'origine.

Solution

2.



a) $x = 2$
b) $y = 4$
c) Domaine : $x \neq 2$; image : $y \neq 4$.
d) Abscisse à l'origine = 0.
Ordonnée à l'origine = 0.

Description du rendement de l'élève (en fonction des tâches)	
L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut :	**L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :**
• résoudre les parties a, b et c de la question 1, indiquer le domaine et déterminer les facteurs de la fonction polynomiale; • indiquer l'asymptote verticale et le domaine à la question 2.	• résoudre toutes les parties des questions 1 et 2.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des fonctions quadratiques, polynomiales et rationnelles, en utilisant les outils technologiques appropriés.

Résultat spécifique

3.6 Formuler et appliquer des stratégies pour résoudre :
- des équations valeur absolue,
- des équations contenant des radicaux,
- des équations rationnelles,
- des inégalités quadratiques,
- des inégalités polynomiales.

[L, R, T, V]

[C] Communication
[L] Liens
[R] Raisonnement
[E] Estimation et calcul mental
[RP] Résolution de problèmes
[T] Technologie
[V] Visualisation

Notes :

- **Ce résultat d'apprentissage spécifique peut prendre énormément de temps.**
- Ce résultat d'apprentissage spécifique inclut :
  - les équations valeur absolue;
  - les équations contenant des radicaux;
  - les équations rationnelles et les inéquations rationnelles.
- Les inéquations valeur absolue ou contenant des radicaux ne font pas partie de la matière correspondant à ce résultat d'apprentissage spécifique.
- Les solutions algébriques devraient être limitées aux :
  - équations valeur absolue contenant une seule expression en valeur absolue, telles que $|2x-1|=3$;
  - les équations contenant des radicaux, telles que $\sqrt{x}=2x-6$ ou $\sqrt{x}+\sqrt{x+3}=3$;
  - les équations rationnelles simples, telles que $\frac{x^2-5x-6}{x+1}=2$.
- Toutes les autres équations et inéquations devraient être résolues graphiquement.
- L'élève devrait avoir la possibilité de se familiariser avec les moyens algébriques et technologiques de résolution de ces équations et inéquations.
- Les solutions graphiques devraient inclure l'énoncé des paramètres de réglage de rectangle d'affichage et des fonctions saisies, ainsi que le diagramme du ou des graphiques affichés.
- La solution des inéquations devrait être écrite sous forme algébrique; p. ex., $x \leq 2$.
- La résolution d'équations contenant plus de deux expressions en valeur absolue dépasse le cadre de ce résultat d'apprentissage spécifique.

Description du rendement de l'élève (en fonction du résultat d'apprentissage spécifique)

L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut :

- résoudre des équations et des inéquations algébriquement et à l'aide d'outils technologiques, mais ne va pas nécessairement restreindre la solution d'après le domaine et l'image de la ou des fonctions originales;
- résoudre des équations contenant des radicaux, lorsque ces derniers peuvent être éliminés en une seule étape;
- résoudre des équations valeur absolue contenant une seule expression en valeur absolue;
- résoudre des inéquations polynomiales très simples de la forme $N(x) > k$, où k est un nombre réel;
- résoudre des équations rationnelles à deux termes.

L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :

- résoudre des équations et des inéquations algébriquement et à l'aide d'outils technologiques, et restreindre la solution d'après le domaine et l'image de la ou des fonctions originales, au besoin;
- résoudre des équations contenant des radicaux dont l'élimination nécessite plus d'une étape;
- résoudre des équations valeur absolue contenant deux expressions en valeur absolue;
- résoudre des inéquations polynomiales plus complexes, telles que celles comptant plus de deux termes.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des fonctions quadratiques, polynomiales et rationnelles, en utilisant les outils technologiques appropriés.

Résultat spécifique

3.6 Formuler et appliquer des stratégies pour résoudre :
- des équations valeur absolue,
- des équations contenant des radicaux,
- des équations rationnelles,
- des inégalités quadratiques,
- des inégalités polynomiales.

[L, R, T, V]

Exemples de tâches

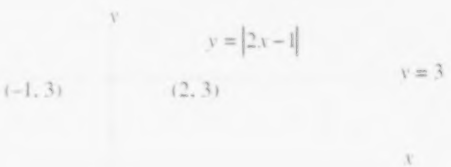
[✓] Concepts
[ ] Méthodes
[✓] Résolution de problèmes

Question

1. Résous les équations suivantes.
   a) $|2x-1|=3$, graphiquement et algébriquement.
   b) $|x|+|x+2|=5$, graphiquement.
   c) $\sqrt{2x+1}=x-1$, graphiquement et algébriquement.
   d) $\sqrt{x}+\sqrt{x+5}=5$, graphiquement et algébriquement (facultatif).

Solution

1. a) Solution graphique : Tracer le graphique de $y=|2x-1|$ et $y=3$, et déterminer les points d'intersection.



Les points d'intersection sont (–1, 3) et (2, 3); par conséquent, les solutions sont –1 et 2.

Une autre solution graphique consiste à tracer le graphique de $y=|2x-1|-3$ et à déterminer ses zéros.

Solution algébrique :

Cas 1 : $x \geq \frac{1}{2}$	Cas 2 : $x < \frac{1}{2}$
$2x-1=3$	$-(2x-1)=3$
$2x=4$	$2x-1=-3$
$x=2$	$2x=-2$
	$x=-1$

Par conséquent, $x=-1$ ou $x=2$.

(suite)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des fonctions quadratiques, polynomiales et rationnelles, en utilisant les outils technologiques appropriés.

Résultat spécifique

3.6 Formuler et appliquer des stratégies pour résoudre :
- des équations valeur absolue,
- des équations contenant des radicaux,
- des équations rationnelles,
- des inégalités quadratiques,
- des inégalités polynomiales.

[L, R, T, V]

Exemples de tâches

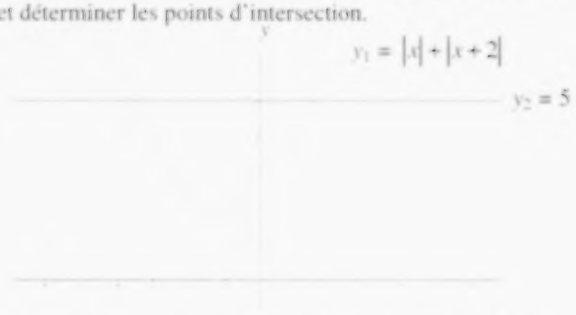
[✓] Concepts
[ ] Méthodes
[✓] Résolution de problèmes

(suite)

Solution

1. b) Solutions graphiques :

Solution 1 : Tracer le graphique de $y_1 = |x| + |x + 2|$ et $y_2 = 5$, et déterminer les points d'intersection.



Les points d'intersection ont pour abscisses 1,5 et –3,5.

Solution 2 : Tracer le graphique de $y = |x| + |x + 2| - 5$, et déterminer ses zéros.

Les zéros sont –3,5 et 1,5.

c) Solutions graphiques :

Solution 1 : Trouver les zéros de $y = \sqrt{2x + 1} - (x - 1)$.

Le zéro est à $x = 4$. *(suite)*

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des fonctions quadratiques, polynomiales et rationnelles, en utilisant les outils technologiques appropriés.

Résultat spécifique

3.6 Formuler et appliquer des stratégies pour résoudre :
- des équations valeur absolue,
- des équations contenant des radicaux,
- des équations rationnelles,
- des inégalités quadratiques,
- des inégalités polynomiales.

[L, R, T, V]

Exemples de tâches

[✓] Concepts
[ ] Méthodes
[✓] Résolution de problèmes

(suite)

Solution

1. c) Solution 2 : Trouver le point d'intersection de $y_1 = \sqrt{2x+1}$ et $y_2 = x - 1$. Ce point est (4, 3), de sorte que $x = 4$ est la solution de l'équation originale.

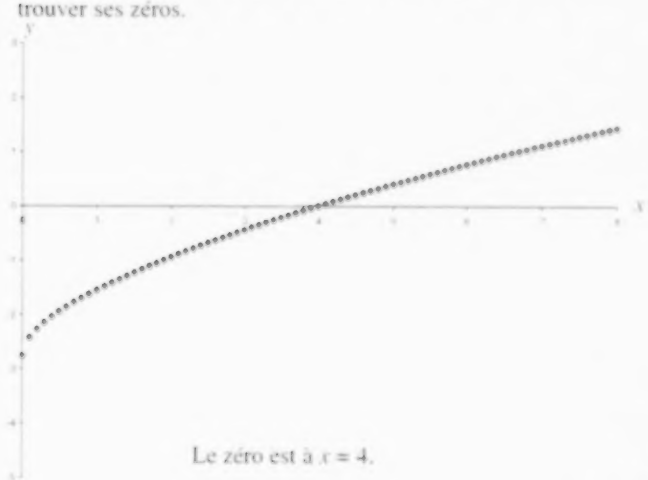
Solution algébrique :

$$\sqrt{2x+1} = x - 1$$
$$2x + 1 = (x-1)^2$$
$$0 = x^2 - 4x$$
$$0 = x(x-4)$$

Donc, $x = 0$ ou $x = 4$.
Vérification : $x = 0$ donne une valeur de 1 pour le membre gauche de l'équation et une valeur de -1 pour le membre droit, donc il ne s'agit pas d'une solution. $x = 4$ est une solution, puisque chaque membre de l'équation est égal à 3.
Donc, $x = 4$ est la seule solution.

d) Solutions graphiques :

Solution 1 : Tracer le graphique de $y = \sqrt{x} + \sqrt{x+5} - 5$, et trouver ses zéros.



Le zéro est à $x = 4$.

(suite)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des fonctions quadratiques, polynomiales et rationnelles, en utilisant les outils technologiques appropriés.

Résultat spécifique

3.6 Formuler et appliquer des stratégies pour résoudre :
- des équations valeur absolue,
- des équations contenant des radicaux,
- des équations rationnelles,
- des inégalités quadratiques,
- des inégalités polynomiales.

[L, R, T, V]

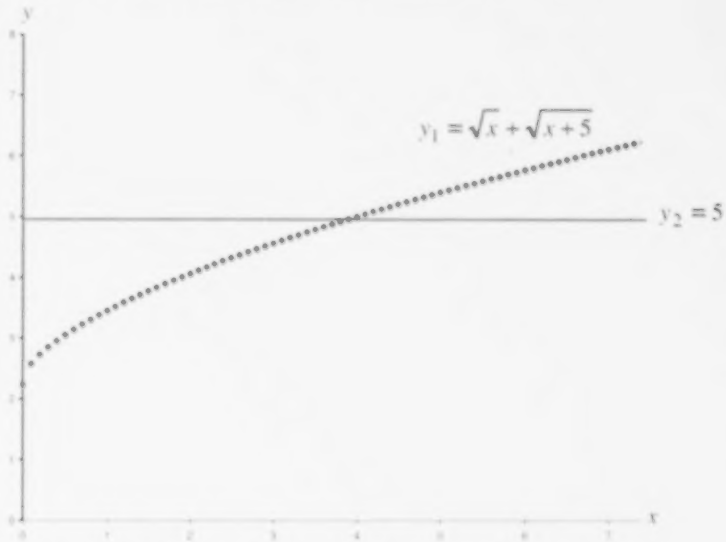
Exemples de tâches

[✓] Concepts
[ ] Méthodes
[✓] Résolution de problèmes

(suite)

Solution

1. d) Solution 2 : Tracer le graphique de $y_1 = \sqrt{x} + \sqrt{x+5}$ et $y_2 = 5$, et déterminer l'abscisse du point d'intersection.



L'abscisse du point d'intersection est 4.

Solution algébrique (facultative) :

$$\sqrt{x} + \sqrt{x+5} = 5$$
$$\sqrt{x+5} = 5 - \sqrt{x}$$
$$x + 5 = (5 - \sqrt{x})^2$$
$$x + 5 = 25 - 10\sqrt{x} + x$$
$$10\sqrt{x} = 20$$
$$\sqrt{x} = 2$$
$$x = 4$$

Vérification : $\sqrt{x} + \sqrt{x+5} = \sqrt{4} + \sqrt{9} = 2 + 3 = 5$

Membre gauche = Membre droit

(suite)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des fonctions quadratiques, polynomiales et rationnelles, en utilisant les outils technologiques appropriés.

Résultat spécifique

3.6 Formuler et appliquer des stratégies pour résoudre :
- des équations valeur absolue,
- des équations contenant des radicaux,
- des équations rationnelles,
- des inégalités quadratiques,
- des inégalités polynomiales.

[L, R, T, V]

Exemples de tâches

[✓] Concepts
[✓] Méthodes
[ ] Résolution de problèmes

(suite)

Question

2. Résous graphiquement les inéquations suivantes.

a) $\frac{1}{x} > 3$

b) $\frac{6}{x+3} > x + 8$

Solution

2. a)

Donc, $0 < x < \frac{1}{3}$.

(suite)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des fonctions quadratiques, polynomiales et rationnelles, en utilisant les outils technologiques appropriés.

Résultat spécifique

3.6 Formuler et appliquer des stratégies pour résoudre :
- des équations valeur absolue,
- des équations contenant des radicaux,
- des équations rationnelles,
- des inégalités quadratiques,
- des inégalités polynomiales.

[L, R, T, V]

Exemples de tâches

[✓] Concepts
[✓] Méthodes
[✓] Résolution de problèmes

(suite)

Solution

2. b) Solution graphique. Tracer le graphique de $y = x + 8$ et $y = \frac{6}{x+3}$.

Donc $x < -9$ ou $-3 < x < -2$.

Question

3. Une société de chemin de fer augmente la vitesse de ses trains à haute vitesse de 120 km/h sur un parcours de 540 km. Le temps économisé est de 72 minutes. Calcule la vitesse originale et la nouvelle vitesse des trains.

Solution

3. Supposons que la vitesse originale du train est v km/h, de sorte que la nouvelle vitesse sera $(v + 120)$ km/h.

Comme le temps est égal à distance/vitesse, et que la différence de temps est de 1,2 h, on obtient l'équation suivante :

$$\frac{540}{v} - \frac{540}{v+120} = 1.2$$

$$540(v + 120) - 540v = 1.2v(v + 120)$$
$$64\,800 = 1.2v^2 + 144v$$
$$v^2 + 120v - 54\,000 = 0$$
$$(v + 300)(v - 180) = 0$$

Par conséquent, la vitesse originale du train était de 180 km/h et la nouvelle vitesse est de 300 km/h.

Vérification : Temps original = (540 km)/(180 km/h) = 3 h
Nouveau temps = (540 km)/(300 km/h) = 1,8 h
Temps économisé = 1,2 h, ce qu'il fallait démontrer.

(suite)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des fonctions quadratiques, polynomiales et rationnelles, en utilisant les outils technologiques appropriés.

Résultat spécifique

3.6 Formuler et appliquer des stratégies pour résoudre :
- des équations valeur absolue,
- des équations contenant des radicaux,
- des équations rationnelles,
- des inégalités quadratiques,
- des inégalités polynomiales.

[L, R, T, V]

Exemples de tâches

[✓] Concepts
[✓] Méthodes
[✓] Résolution de problèmes

(suite)

Question

4. Les droits d'auteur que touche un auteur dépendent du nombre d'exemplaires vendus et du prix payé par le consommateur. Pour un livre particulier, les droits d'auteur $D(p)$ dépendent du prix p conformément à l'équation $D(p) = 0{,}02p(20\,000 - 200p)$. Pour quel intervalle de prix l'auteur perçoit-il plus de 8 400 $ de droits d'auteur?

Solution

4. $D(p) = 0{,}02p(20\,000 - 200p)$ doit être supérieur à 8 400 $.

   Donc, $0{,}02p(20\,000 - 200p) > 8\,400$
   $-4p^2 + 400p - 8\,400 > 0$
   $(-4p + 120)(p - 70) > 0$

   Donc, $(-4p + 120)$ et $(p - 70)$ sont tous deux positifs ou bien ils sont tous deux négatifs.

   Or, ils ne peuvent être tous deux positifs, puisqu'alors, p devrait être inférieur à 30 et supérieur à 70 en même temps.

   Par contre, ils peuvent être tous deux négatifs, si p est compris entre 30 et 70.

   Par conséquent, l'intervalle de prix de vente varie de 30 $ à 70 $ par livre.

   Au lieu d'examiner les signes des expressions $(-4p + 120)$ et $(p - 70)$, on peut tracer le graphique parabolique de $D(p) = 4p^2 + 400p - 8\,400$ et l'intervalle de prix correspond alors à l'intervalle entre les zéros de $D(p)$. Certains élèves trouvent la méthode graphique plus facile que l'utilisation des intervalles.

Question

5. On construit une boîte ouverte avec une feuille de carton de 36 cm sur 24 cm en découpant des carrés de x cm de côté à partir de chaque coin, puis en repliant les côtés. Le volume de la boîte est donné par la fonction cubique $V(x) = x(24 - 2x)(36 - 2x)$.

   a) Quelles sont les valeurs de x pour lesquelles $V(x) > 0$?
   b) Ces valeurs de x représentent-elles toutes des boîtes réelles?

(suite)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Représenter et analyser des fonctions quadratiques, polynomiales et rationnelles, en utilisant les outils technologiques appropriés.

Résultat spécifique

3.6 Formuler et appliquer des stratégies pour résoudre :
- des équations valeur absolue,
- des équations contenant des radicaux,
- des équations rationnelles,
- des inégalités quadratiques,
- des inégalités polynomiales.

[L, R, T, V]

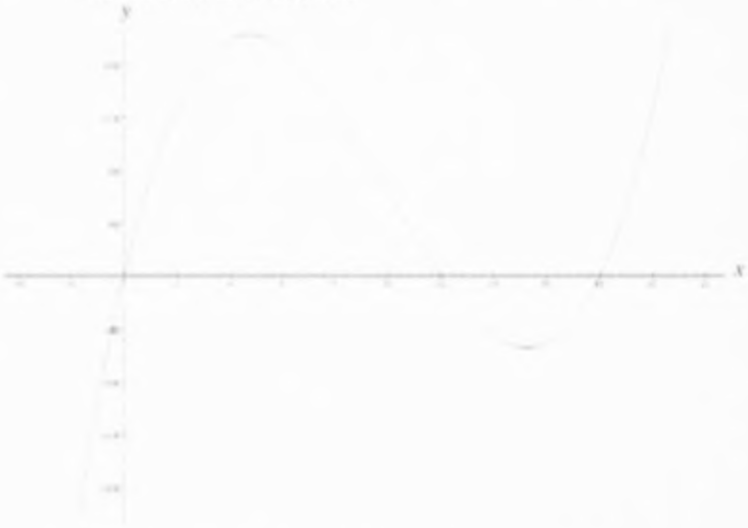
Exemples de tâches

[✓] Concepts
[✓] Méthodes
[✓] Résolution de problèmes

(suite)

Solution

5. a) Le graphique de $V(x)$ est représenté ci-dessous, et si $0 < x < 12$, ou si $x > 18$, alors $V(x) > 0$.



b) Si $0 < x < 12$, alors les trois facteurs de $V(x) = x(24 - 2x)(36 - 2x)$ sont chacun un nombre positif et peuvent donc représenter la longueur, la largeur et la hauteur d'une boîte réelle. Cependant, si $x > 18$, alors les facteurs $(24 - 2x)$ et $(36 - 2x)$ sont tous deux négatifs et ne peuvent donc représenter la longueur et la largeur d'une boîte réelle.

Description du rendement de l'élève (en fonction des tâches)

L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut :	**L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :**
• produire une solution complète pour la partie a et un graphique pour la partie b de la question 1; • résoudre graphiquement la partie c de la question 1; • résoudre la partie a de la question 2, lorsque $x < \frac{1}{3}$; • tracer les graphiques pour la partie b de la question 2; • résoudre la question 3; • donner un exemple de prix acceptable à la question 4; • résoudre la partie a de la question 5.	• fournir une solution complète à la partie b de la question 1; • fournir une solution complète à la partie c de la question 1, en notant la racine étrangère; • résoudre la partie d de la question 1, algébriquement ou graphiquement; • résoudre complètement la partie a de la question 2; • résoudre complètement la partie b de la question 2; • résoudre complètement la question 4; • résoudre la partie b de la question 5.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

STANDARDS RELATIFS AU RAISONNEMENT FORMEL

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE GÉNÉRAL

- Appliquer les principes du raisonnement mathématique pour résoudre des problèmes et justifier les solutions.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

4.1 Distinguer entre le raisonnement inductif et le raisonnement déductif.
[L, R]

4.2 Expliquer des mots tels que « et », « ou » et « non » et les appliquer pour résoudre des problèmes.
[C, RP, R, V]

4.3 Utiliser des exemples et des contre-exemples pour analyser des conjectures.
[L, R]

4.4 Distinguer entre la proposition « si… alors », sa réciproque et sa contre-proposition.
[L, R]

4.5 Prouver des énoncés mathématiques, en utilisant le raisonnement direct dans diverses situations.
[R]

Domaine : Les régularités et les relations (Les régularités)

L'élève devra :

- utiliser les régularités pour décrire le monde réel et résoudre des problèmes.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Appliquer les principes du raisonnement mathématique pour résoudre des problèmes et justifier les solutions.

Résultat spécifique

4.1 Distinguer entre le raisonnement inductif et le raisonnement déductif.
[L, R]

[C] Communication
[L] Liens
[R] Raisonnement
[E] Estimation et calcul mental
[RP] Résolution de problèmes
[T] Technologie
[V] Visualisation

Notes :

- Les résultats d'apprentissage spécifiques 4.1 à 4.5 font suite aux concepts de géométrie que les élèves ont étudiés en mathématiques, au premier cycle du secondaire : 7e année — propriétés droites des parallèles et les transformations; 8e année — classement des polygones; 9e année — propriétés des transformations, définitions de lieux géométriques, triangles semblables et congruents.
- L'élève inscrit au cours de Mathématiques pures 20 devrait avoir les connaissances nécessaires pour faire des conjectures, mais pas nécessairement être en mesure de prouver celles-ci.
- Les exemples devraient s'inspirer de la réalité aussi bien que de concepts mathématiques tirés de l'algèbre et de la géométrie.
- Il faudrait sensibiliser l'élève au fait que le raisonnement inductif mène à des conjectures qui ne sont pas toujours vraies.
- Il faudrait encourager l'élève à compiler une liste de faits algébriques et géométriques.

Description du rendement de l'élève (en fonction du résultat d'apprentissage spécifique)

L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut :

- indiquer la différence entre le raisonnement inductif et le raisonnement déductif;
- catégoriser une preuve donnée comme inductive ou déductive;
- produire une preuve inductive qui mène à une conclusion vraie.

L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :

- produire une preuve inductive qui mène à une conclusion fausse.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Appliquer les principes du raisonnement mathématique pour résoudre des problèmes et justifier les solutions.

Résultat spécifique

4.1 Distinguer entre le raisonnement inductif et le raisonnement déductif.
[L, R]

Exemples de tâches

[ ] Concepts
[ ] Méthodes
[✓] Résolution de problèmes

Question

1. Trace des diagrammes indiquant le nombre de régions distinctes délimitées quand :
   a) on relie 2 points d'un cercle;
   b) on relie 3 points d'un cercle;
   c) on place 5 points sur un cercle et tire toutes les lignes possibles.

Solution

1. a) 2 régions

   b) 4 régions

   c) 16 régions

Question

2. Sers-toi de ce que tu as appris à la question 1 pour écrire une formule qui indique le nombre de régions délimitées quand on place n points sur un cercle et qu'on tire toutes les lignes possibles. Cette formule est-elle vraie ou fausse?

Solution

2. Nombre de régions = 2^{n-1}, où n = le nombre de points sur un cercle lorsque $n > 2$. Cette conjecture se vérifie lorsque $2 \leq n \leq 5$.

   Lorsque $n = 2$, le cercle a deux régions. La conjecture est donc vraie pour $n = 2$. Lorsque $n = 3$, le cercle a quatre régions. La conjecture est donc vraie pour $n = 3$.

   Lorsque $n = 4$, un quadrilatère est formé. Si l'on trace les deux diagonales, il y a quatre régions à l'intérieur et quatre régions à l'extérieur du quadrilatère. La conjecture est donc vraie pour $n = 4$.

   Lorsque $n = 5$, le cercle a seize régions. La conjecture est donc vraie pour $n = 5$. Si un hexagone irrégulier est tracé lorsque $n = 6$, et si toutes les diagonales sont tracées, le cercle a trente et une régions. La conjecture est alors fausse pour $n = 6$.

Question

3. Montre par raisonnement déductif que la différence des carrés de deux nombres impairs est divisible par 4.

(suite)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Appliquer les principes du raisonnement mathématique pour résoudre des problèmes et justifier les solutions.

Résultat spécifique

4.1 Distinguer entre le raisonnement inductif et le raisonnement déductif.
[L, R]

Exemples de tâches

[ ] Concepts
[ ] Méthodes
[✓] Résolution de problèmes

(suite)

Solution

3. Différence des carrés $= (2n + 1)^2 - (2m + 1)^2$
$= 4n^2 + 4n + 1 - 4m^2 - 4m - 1$
$= 4[n^2 + n - m^2 - m]$

Si $n \neq m$, $n^2 + n - m^2 - m$ est un entier et la différence des carrés est un multiple de 4.

Si $n = m$, $n^2 + n - m^2 - m = 0$ et la différence des carrés est zéro, qui est un multiple de 4.

Description du rendement de l'élève (en fonction des tâches)	
L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut : • répondre à la question 1; • écrire une formule à la question 2; • écrire une expression de la différence des carrés à la question 3.	**L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :** • répondre à la question 2, en donnant un contre-exemple; • répondre à la question 3, en indiquant les deux possibilités.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Appliquer les principes du raisonnement mathématique pour résoudre des problèmes et justifier les solutions.

Résultat spécifique

4.2 Expliquer des mots tels que « et », « ou » et « non » et les appliquer pour résoudre des problèmes. [C, RP, R, V]

[C] Communication
[L] Liens
[R] Raisonnement
[E] Estimation et calcul mental
[RP] Résolution de problèmes
[T] Technologie
[V] Visualisation

Notes :

- Les exemples devraient s'inspirer de la réalité aussi bien que de concepts mathématiques tirés de l'algèbre et de la géométrie.
- L'élève devrait saisir que plus le choix est restreint, plus les possibilités de réussite sont limitées et que, inversement, plus le choix est grand, plus les possibilités de réussite augmentent.
- On trouvera des applications de mots tels « et », « ou » et « non » dans les fonctions de recherche poussée des moteurs de recherche employés dans Internet, dans des diagrammes de Venn et en informatique.
- Il faut faire particulièrement attention lorsqu'on emploie le mot *ou*, car, dans le langage courant, il peut être inclusif – ex. : *A* ou *B* ou tous les deux – ou exclusif – ex. : *A* ou *B*, mais pas les deux.
- Les thèmes abordés dans le cadre de ce résultat d'apprentissage spécifique sont étroitement liés au concept de la probabilité conditionnelle étudié en Mathématiques pures 30.

Description du rendement de l'élève (en fonction du résultat d'apprentissage spécifique)

L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut :

- illustrer les mots *et* et *ou*, en se servant de droites numériques ou de diagrammes de Venn limités à deux cercles;
- illustrer les mots *et* et *ou* au moyen d'inéquations;
- produire divers diagrammes de Venn à deux cercles et les interpréter;
- indiquer l'emploi inclusif ou exclusif du mot *ou* dans un exemple tiré de la réalité;
- interpréter un diagramme de Venn à trois cercles.

L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :

- produire un diagramme de Venn à trois cercles pour un ensemble de données;
- illustrer le mot *non* au moyen d'inéquations et/ou de diagrammes de Venn;
- expliquer la différence entre l'emploi inclusif et exclusif du mot *ou*.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Appliquer les principes du raisonnement mathématique pour résoudre des problèmes et justifier les solutions.

Résultat spécifique

4.2 Expliquer des mots tels que « et », « ou » et « non » et les appliquer pour résoudre des problèmes. [C, RP, R, V]

Exemples de tâches

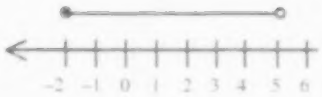
[✓] Concepts
[ ] Méthodes
[ ] Résolution de problèmes

Question

1. Illustre les énoncés suivants sur une droite numérique :
   a) $x < 5$ et $x \geq -2$
   b) $x < 5$ ou $x > 8$

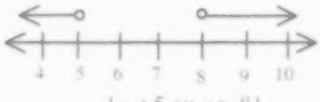
Solution

1. a)



$\{-2 \leq x < 5\}$

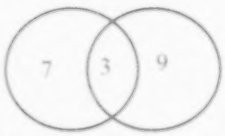
b)



$\{x < 5 \text{ ou } x > 8\}$

Question

2. Le diagramme de Venn reproduit ici indique le nombre de garçons qui font partie d'une équipe de basket-ball et d'une équipe de volley-ball.



   a) Combien de garçons jouent au basket-ball et non au volley-ball?
   b) Combien de garçons jouent à la fois au basket-ball et au volley-ball?

Solution

2. a) Basket-ball seulement : 7 garçons
   b) Basket-ball et volley-ball : 3 garçons

(suite)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Appliquer les principes du raisonnement mathématique pour résoudre des problèmes et justifier les solutions.

Résultat spécifique

4.2 Expliquer des mots tels que « et », « ou » et « non » et les appliquer pour résoudre des problèmes. [C, RP, R, V]

Exemples de tâches

[✓] Concepts
[ ] Méthodes
[ ] Résolution de problèmes

(suite)

Question

3. On a interrogé des élèves sur les cours de langue qu'ils prenaient au secondaire. Les résultats du sondage et les inscriptions à chaque cours étaient les suivants :

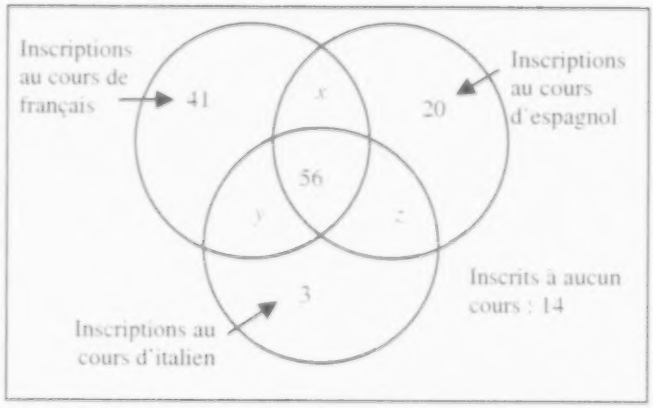
Cours de langue	Nombre d'élèves
Français seulement	41
Espagnol seulement	20
Italien seulement	3
Les trois : français, espagnol et italien	56
Aucun cours de langue	14

Inscriptions au cours de français : 131 élèves
Inscriptions au cours d'espagnol : 115 élèves
Inscriptions au cours d'italien : 82 élèves

a) Produis un diagramme de Venn pour résumer ces données.
b) Au cours du sondage, on a omis de demander aux élèves s'ils prenaient deux des trois cours de langue offerts. Détermine ces trois inconnues.
c) Auprès de combien d'élèves a-t-on mené le sondage?

Solution

3. a)



b) Soit x le nombre d'élèves inscrits à la fois au cours de français et au cours d'espagnol.
Soit y le nombre d'élèves inscrits à la fois au cours de français et au cours d'italien.
Soit z le nombre d'élèves inscrits à la fois au cours d'espagnol et au cours d'italien.

(suite)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Appliquer les principes du raisonnement mathématique pour résoudre des problèmes et justifier les solutions.

Résultat spécifique

4.2 Expliquer des mots tels que « et », « ou » et « non » et les appliquer pour résoudre des problèmes. [C, RP, R, V]

Exemples de tâches

[✓] Concepts
[ ] Méthodes
[ ] Résolution de problèmes

(suite)

Solution

3. b) Alors,
Inscriptions au cours de français = $x + y + 41 + 56 = 131$
Inscriptions au cours d'espagnol = $x + z + 20 + 56 = 115$
Inscriptions au cours d'italien = $y + z + 3 + 56 = 82$

Donc :
$x + y = 34$
$x + z = 39$
$y + z = 23$

Et :
$y - z = -5$
$y + z = 23$

Par conséquent :
$x = 25$
$y = 9$
$z = 14$

c) Total des élèves interrogés :

$41 + 56 + 20 + 3 + 14 + 25 + 9 + 14 = 182$ élèves.

Description du rendement de l'élève (en fonction des tâches)	
L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut : • répondre à la question 1; • répondre à la question 2; • produire le diagramme de Venn à la question 3.	**L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :** • répondre à toutes les parties de la question 3.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage
Résultat général Appliquer les principes du raisonnement mathématique pour résoudre des problèmes et justifier les solutions. **Résultat spécifique** 4.3 Utiliser des exemples et des contre-exemples pour analyser des conjectures. [L, R]

[C] Communication
[L] Liens
[R] Raisonnement
[E] Estimation et calcul mental
[RP] Résolution de problèmes
[T] Technologie
[V] Visualisation

Notes :

- L'élève inscrit en Mathématiques pures 20 devrait avoir les connaissances nécessaires pour faire des conjectures, mais pas nécessairement pour prouver celles-ci.
- Les exemples devraient s'inspirer de la réalité aussi bien que de concepts mathématiques tirés de l'algèbre et de la géométrie.
- Il faudrait examiner des situations où les contre-exemples sont évidents et d'autres où ils sont difficiles à repérer.
- Il faut faire la distinction entre les conjectures plausibles et celles dont il est possible d'établir la véracité.
- L'écran de la calculatrice à affichage graphique est une excellente source de conjectures algébriques.

Description du rendement de l'élève (en fonction du résultat d'apprentissage spécifique)	
L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut : • définir ce qu'est une conjecture; • faire des conjectures et des prédictions d'après les régularités d'un ensemble de données; • produire un contre-exemple évident d'une conjecture, d'après un fait vécu; • offrir un contre-exemple d'une conjecture, d'après un concept mathématique simple.	**L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :** • produire un contre-exemple d'une conjecture, d'après un concept mathématique pour lequel le contre-exemple n'est pas évident; • reconnaître que l'absence d'un contre-exemple n'est pas une preuve de la véracité de la conjecture.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Appliquer les principes du raisonnement mathématique pour résoudre des problèmes et justifier les solutions.

Résultat spécifique

4.3 Utiliser des exemples et des contre-exemples pour analyser des conjectures.
[L, R]

Exemples de tâches

[✓] Concepts
[ ] Méthodes
[ ] Résolution de problèmes

Question

1. Donne un exemple et un contre-exemple de ce qui suit :
Si $a < b$, alors $k \times a < k \times b$.

Solution

1. Exemple : $a = 3, b = 4, k = 2$
$3 < 4$
alors $2 \times 3 < 2 \times 4$
$6 < 8$, ce qui est vrai.

Contre-exemple : $a = 3, b = 4, k = -2$
$3 < 4$
$-2 \times 3 < -2 \times 4$
$-6 < -8$, ce qui est faux.

Question

2. Quand Marie a tracé le graphique de la fonction $f(x) = x^{\frac{1}{2}}$ en supposant $x < 0$, elle a obtenu un écran vide. Marie a alors formulé la conjecture que $x^{\frac{1}{2}}$ n'est pas défini pour $x < 0$. Donne un exemple et un contre-exemple de cette conjecture.

Solution

2. Exemple : $x = -\frac{1}{2}$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{-0.5}}$$

ce qui n'est pas défini.
Alors, la conjecture est vraie.

Contre-exemple : $x = -2$

$$(-2)^{-2} = \frac{1}{(-2)^2} = \frac{1}{4}$$

Alors, la conjecture est fausse.

Description du rendement de l'élève (en fonction des tâches)	
L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut :	**L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :**
• donner à la fois un exemple et un contre-exemple à la question 1; • donner un exemple à la question 2.	• donner un contre-exemple à la question 2.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Appliquer les principes du raisonnement mathématique pour résoudre des problèmes et justifier les solutions.

Résultat spécifique

4.4 Distinguer entre la proposition « si… alors », sa réciproque et sa contre-proposition.
[L, R]

[C] Communication
[L] Liens
[R] Raisonnement
[E] Estimation et calcul mental
[RP] Résolution de problèmes
[T] Technologie
[V] Visualisation

Notes :

- Le thème est abordé ici simplement pour familiariser l'élève avec le concept à l'étude. Il faudrait donc garder les choses simples.
- Une étude détaillée, au moyen de méthodes comme les tables de vérité, dépasse la portée de ce résultat d'apprentissage.
- L'élève devrait examiner des énoncés « si… alors » qui semblent être faux aussi bien que d'autres qui semblent être vrais.
- Les exemples devraient s'inspirer de la réalité aussi bien que de concepts mathématiques tirés de l'algèbre et de la géométrie.

Description du rendement de l'élève (en fonction du résultat d'apprentissage spécifique)

L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut :

- écrire la réciproque et la contre-proposition d'une proposition donnée du genre « si… alors », en se fondant sur des situations tirées de la réalité et de cas mathématiques;
- donner un exemple d'une proposition « si… alors », dont :
  - la réciproque est vraie,
  - la réciproque est fausse.

L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :

- donner un exemple d'une proposition « si… alors », dont la contre-proposition est vraie;
- donner un exemple d'une proposition « si… alors », dont la contre-proposition est fausse;
- établir un lien entre la véracité de l'énoncé original et celle de sa contre-proposition ou de sa réciproque;
- analyser les réciproques et les contre-propositions de propositions « si… alors » qui semblent être fausses.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Appliquer les principes du raisonnement mathématique pour résoudre des problèmes et justifier les solutions.

Résultat spécifique

4.4 Distinguer entre la proposition « si… alors », sa réciproque et sa contre-proposition. [L, R]

Exemples de tâches

[✓] Concepts
[ ] Méthodes
[ ] Résolution de problèmes

Question

1. « S'il pleut, alors j'irai au centre commercial. »
   a) Écris la réciproque et la contre-proposition de cette proposition conditionnelle vraie.
   b) Si cette proposition conditionnelle est vraie, sa réciproque et sa contre-proposition sont-elles nécessairement vraies?

Solution

1. a) Réciproque : « Si je vais au centre commercial, alors c'est qu'il pleut. »
   Contre-proposition : « Si je ne vais pas au centre commercial, alors c'est qu'il ne pleut pas. »
   b) La réciproque n'est pas nécessairement vraie, tandis que la contre-proposition est vraie.

Question

2. « Si un nombre est impair, alors c'est un nombre premier. »
   a) Écris la réciproque et la contre-proposition de cette proposition conditionnelle.
   b) Cette proposition conditionnelle est-elle vraie ou fausse?
   c) La réciproque et la contre-proposition sont-elles vraies ou fausses? Justifie ta réponse.

Solution

2. a) Réciproque : « Si un nombre est un nombre premier, alors il est impair. »
   Contre-proposition : « Si un nombre n'est pas impair, alors ce n'est pas un nombre premier. »
   b) Faux. Beaucoup de nombres impairs ne sont pas des nombres premiers. C'est le cas, par exemple, de 15, de 21 et de bien d'autres.
   c) La réciproque est fausse, car 2 est un nombre pair, mais c'est aussi un nombre premier. La contre-proposition est également fausse : 2 est à la fois un nombre premier et un nombre pair.

Description du rendement de l'élève (en fonction des tâches)	
L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut :	**L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :**
• écrire une réciproque de la proposition conditionnelle vraie donnée à la question 1; • juger de la véracité de propositions se rapportant à des situations réelles, en commençant par une proposition conditionnelle vraie, telle celle qui est donnée à la question 1.	• écrire une contre-proposition à la proposition citée à la question 1; • écrire une réciproque et une contre-proposition de la proposition conditionnelle fausse mise de l'avant à la question 2 et juger de leur véracité.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Appliquer les principes du raisonnement mathématique pour résoudre des problèmes et justifier les solutions.

Résultat spécifique

4.5 Prouver des énoncés mathématiques, en utilisant le raisonnement direct dans diverses situations.
[R]

[C] Communication
[L] Liens
[R] Raisonnement
[E] Estimation et calcul mental
[RP] Résolution de problèmes
[T] Technologie
[V] Visualisation

Notes :

- La preuve avancée devrait s'appuyer sur une combinaison de stratégies algébriques, géométriques et trigonométriques. Elle peut partir d'un théorème, par exemple, le théorème de Pythagore.
- On peut introduire ici la méthode de la preuve directe et l'intégrer aux résultats d'apprentissage spécifiques 5.2 à 5.5.
- Il faudrait laisser l'élève employer divers modes de présentation de ses preuves.
- Il ne faudrait pas s'attendre que l'élève puisse fournir plus d'une présentation alternative d'une preuve donnée.
- L'élève doit pouvoir communiquer clairement le point de départ de son raisonnement, son raisonnement et la conclusion qu'il tire.
- Il n'est pas nécessaire qu'il utilise le nom officiel des théorèmes employés.
- Certains élèves pourraient définir les figures d'après leurs propriétés de transformation et justifier la congruence en faisant renvoi à l'axe de symétrie, à des translations ou à des rotations.
- Les exemples devraient s'inspirer de la réalité aussi bien que de concepts mathématiques tirés de l'algèbre et de la géométrie.

Description du rendement de l'élève (en fonction du résultat d'apprentissage spécifique)	
L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut :	**L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :**
• justifier les énoncés offerts en preuve, en se fondant sur le raisonnement direct; • énoncer une preuve simple, fondée sur le raisonnement direct, lorsqu'on lui indique les deux ou trois premières étapes.	• construire une brève preuve comportant jusqu'à cinq lignes, en se fondant sur le raisonnement direct; • fournir une preuve plus complexe, en se fondant sur le raisonnement direct lorsqu'on lui indique les premières étapes.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Appliquer les principes du raisonnement mathématique pour résoudre des problèmes et justifier les solutions.

Résultat spécifique

4.5 Prouver des énoncés mathématiques, en utilisant le raisonnement direct dans diverses situations. [R]

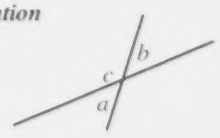
Exemples de tâches

[ ] Concepts
[ ] Méthodes
[✓] Résolution de problèmes

Question

1. Lorsque deux droites se coupent, les angles opposés par le sommet sont égaux. Prouve cet énoncé.

Solution



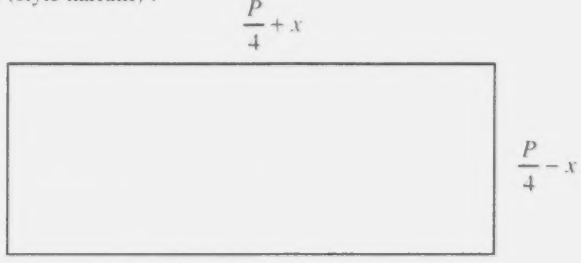
1. $\angle a + \angle c = 180°$ (ligne droite)
   $\angle b + \angle c = 180°$ (ligne droite)
   $\angle a + \angle c = \angle b + \angle c$
   $-\angle c \qquad -\angle c$
   $\therefore \angle a = \angle b$

Question

2. Prouve que de tous les rectangles d'un périmètre donné, le carré est celui qui a la plus grande aire.

Solution

2. Preuve (style narratif) :



Pour tout rectangle de périmètre P, la longueur peut s'exprimer comme $\frac{P}{4} + x$ et la largeur comme $\frac{P}{4} - x$. Or, l'aire est égale au produit de la longueur par la largeur ou à $\left(\frac{P}{4} + x\right)\left(\frac{P}{4} - x\right)$, ce qui est égal à $\frac{P^2}{16} - x^2$. L'aire la plus grande est celle où x est égal à zéro, puisque $\frac{P^2}{16} - x^2$ est toujours inférieur ou égal à $\frac{P^2}{16}$.

Lorsque x est égal à zéro, la longueur et la largeur sont égales et le rectangle est un carré.

(suite)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Appliquer les principes du raisonnement mathématique pour résoudre des problèmes et justifier les solutions.

Résultat spécifique

4.5 Prouver des énoncés mathématiques, en utilisant le raisonnement direct dans diverses situations. [R]

Exemples de tâches

[ ] Concepts
[ ] Méthodes
[✓] Résolution de problèmes

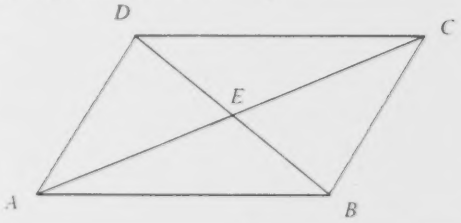
(suite)

Question

3. Prouve que les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu.

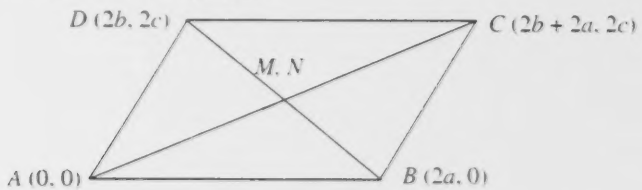
Solution

3. Preuve 1 (format deux colonnes) :



Énoncé	Raison
1. $AB = CD$	Les côtés opposés d'un parallélogramme ont la même longueur.
2. $m(\text{angle } CDE) = m(\text{angle } ABE)$	Les angles alternes-internes formés par une transversale aux parallèles AB et DC sont égaux.
3. $m(\text{angle } DCE) = m(\text{angle } BAE)$	Les angles alternes-internes formés par une transversale aux parallèles AB et DC sont égaux.
4. Les triangles DCE et BAE sont congruents	Angle–côté–angle.
5. $DE = BE$ et $AE = CE$	Les côtés correspondants de triangles congruents sont égaux.
6. Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu.	Autre énoncé de $DE = BE$ et $AE = CE$.

Preuve 2 (géométrie analytique) :



Choisir les axes et une origine de sorte que $A = (0, 0)$ et $B = (2a, 0)$.
Choisir D tel $(2b, 2c)$.
Comme CD est égal en longueur à AB et lui est parallèle, CD est horizontal et de longueur $2a$.
Ainsi, C est $(2b + 2a, 2c)$.
Alors, le point milieu M de AC est $(b + a, c)$, et le point milieu N de BD est $\left(\frac{1}{2}(2a+2b)\right), \left(\frac{1}{2}(0+2c)\right)$ ou $(a + b, c)$.

Puisque M et N ont les mêmes coordonnées, ils représentent le même point. Par conséquent, les diagonales du parallélogramme se coupent en leur milieu.

(suite)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Appliquer les principes du raisonnement mathématique pour résoudre des problèmes et justifier les solutions.

Résultat spécifique

4.5 Prouver des énoncés mathématiques, en utilisant le raisonnement direct dans diverses situations. [R]

Exemples de tâches

[ ] Concepts
[ ] Méthodes
[✓] Résolution de problèmes

(suite)

Question

4. Prouve que tout nombre pair à trois chiffres, dont les chiffres s'additionnent pour faire un multiple de 3, est lui-même divisible par 6.

Solution

4. Preuve :

Le nombre pair à trois chiffres N peut être représenté par les chiffres pqr, où $r = 2s$, parce qu'il est établi que N est pair.

Les chiffres p, q et r sont liés à la valeur de N par l'expression $N = 100p + 10q + r$.

La somme des chiffres $p + q + r = k$, où k est un nombre entier.

Le chiffre p peut par conséquent être remplacé par l'expression $3k - q - r$ ou $3k - q - 2s$.

Ainsi, $N = 100p + 10q + r$ ou $N = 100(3k - q - 2s) + 10q + 2s$.

Additionnant les termes semblables de l'expression N, on obtient :

$N = 300k - 90q - 198s$ ou $N = 6(50k - 15q - 33s)$. Par conséquent, N est toujours divisible par 6.

Description du rendement de l'élève (en fonction des tâches)	
L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut :	**L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :**
• répondre à la question 1 quand on lui fournit le diagramme; • répondre à la question 2, si la première phrase de la preuve lui est fournie; • donner les raisons de la première preuve à la question 3; • achever la deuxième preuve à la question 3, lorsqu'on lui fournit le diagramme; • vérifier un ou deux exemples précis à la question 4.	• répondre à la question 1, en produisant son propre diagramme; • répondre aux questions 2 et 3, en fournissant les diagrammes pertinents; • répondre à la question 4 pour le cas général.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

STANDARDS RELATIFS AUX CERCLES ET À LA GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE GÉNÉRAUX

- Développer et appliquer les propriétés géométriques du cercle et des polygones pour résoudre des problèmes.
- Utiliser la géométrie analytique comportant des droites et des segments de droite pour résoudre des problèmes et justifier les solutions.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

5.1 Utiliser les outils technologiques et la mesure pour confirmer les propriétés suivantes et les appliquer à des cas particuliers :
- dans un cercle, tout rayon perpendiculaire à une corde coupe la corde en deux parties égales;
- la mesure de l'angle au centre est égale à deux fois la mesure de l'angle inscrit sous-tendu par le même arc;
- les angles inscrits sous-tendus par le même arc sont congrus;
- l'angle inscrit dans un demi-cercle est un angle droit;
- les angles opposés d'un quadrilatère inscrit dans un cercle sont supplémentaires;
- la tangente à un cercle est perpendiculaire au rayon au point de tangence;
- les segments partant d'un même point externe et tangents à un cercle sont congrus;
- l'angle entre une tangente et une corde est égal à l'angle inscrit de l'autre côté de la corde;
- la somme des angles intérieurs d'un polygone régulier qui possède n côtés est $(2n - 4)$ angles droits.

[RP, R, T, V]

5.2 Prouver les propriétés générales suivantes, en utilisant des concepts et des théorèmes :
- toutes bissectrices perpendiculaires d'une corde passent par le centre du cercle;
- l'angle inscrit dans un demi-cercle est un angle droit;
- les segments partant d'un même point externe et tangents à un cercle sont congrus.

[RP, R, L]

5.3 Utiliser les différentes propriétés du cercle et des rapports trigonométriques pertinents pour résoudre des problèmes et justifier la stratégie suivie pour obtenir la solution.
[RP, R, V]

5.4 Résoudre des problèmes comportant des distances entre des points et des droites.
[L, RP, R]

5.5 Vérifier et prouver des propriétés en géométrie plane, en utilisant la géométrie analytique et des rapports trigonométriques lorsque cela est nécessaire.
[C, R, V]

Domaine : La forme et l'espace (Les objets à trois dimensions et les figures à deux dimensions)

L'élève devra :

- décrire les caractéristiques des objets à trois dimensions et des figures à deux dimensions, et analyser leurs relations.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Domaine : La forme et l'espace (La mesure)

L'élève devra :

- décrire et comparer des phénomènes au moyen de la mesure directe ou indirecte.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Développer et appliquer les propriétés géométriques du cercle et des polygones pour résoudre des problèmes.

Résultat spécifique

5.1 Utiliser les outils technologiques et la mesure pour confirmer les propriétés suivantes et les appliquer à des cas particuliers :
- dans un cercle, tout rayon perpendiculaire à une corde coupe la corde en deux parties égales;
- la mesure de l'angle au centre est égale à deux fois la mesure de l'angle inscrit sous-tendu par le même arc;
- les angles inscrits sous-tendus par le même arc sont congrus;
- l'angle inscrit dans un demi-cercle est un angle droit;
- les angles opposés d'un quadrilatère inscrit dans un cercle sont supplémentaires;
- la tangente à un cercle est perpendiculaire au rayon au point de tangence;
- les segments partant d'un même point externe et tangents à un cercle sont congrus;
- l'angle entre une tangente et une corde est égal à l'angle inscrit de l'autre côté de la corde;
- la somme des angles intérieurs d'un polygone régulier qui possède n côtés est $(2n - 4)$ angles droits.

[RP, R, T, V]

[C] Communication
[L] Liens
[R] Raisonnement
[E] Estimation et calcul mental
[RP] Résolution de problèmes
[T] Technologie
[V] Visualisation

Notes :

- Ce résultat d'apprentissage spécifique correspond au résultat d'apprentissage spécifique 5.1 du cours de Mathématiques appliquées 20, sauf en ce qui concerne le huitième point ayant trait à l'angle formé par une tangente et une corde.
- Ce résultat d'apprentissage spécifique fait suite aux concepts de géométrie que les élèves ont étudiés en mathématiques, au premier cycle du secondaire : 7e année — propriétés des parallèles et des transformations; 8e année — classement des polygones; 9e année — propriétés des transformations, définitions de lieux géométriques, triangles semblables et congruents.
- L'utilisation d'un logiciel de géométrie animée, tel *Cybergéomètre* ou *Cabri-géomètre*, peut faciliter la production du grand nombre de cas spéciaux nécessaires pour établir les conjectures par raisonnement inductif. Nombre d'exemples ne nécessitent pas l'utilisation d'un logiciel.
- Les logiciels de dessin non animé ne permettent pas de tracer les figures plus rapidement qu'à la main.
- Les exemples devraient s'inspirer de la réalité aussi bien que de concepts mathématiques tirés de l'algèbre et de la géométrie.
- Le logiciel *Cybergéomètre* ne permet de mesurer les angles que jusqu'à 180°.
- La connaissance du théorème de Pythagore et de la trigonométrie des triangles rectangles est utile pour ce résultat d'apprentissage spécifique.
- Afin d'économiser du temps, l'enseignement de la matière correspondant à ce résultat d'apprentissage spécifique peut être intégré à celui de la matière des résultats d'apprentissage spécifiques 5.2 et 5.3.

Description du rendement de l'élève (en fonction du résultat d'apprentissage spécifique)

L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut :	**L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :**
• déterminer la mesure d'un angle ou d'un segment lorsqu'il faut utiliser une propriété des cercles ou des polygones; • déterminer les mesures d'angles ou de segments lorsqu'il faut utiliser plus d'une propriété des cercles ou des polygones et que le diagramme est donné.	• déterminer les mesures d'angles ou de segments lorsqu'il faut utiliser plus d'une propriété des cercles ou des polygones et que le diagramme n'est pas donné; • déterminer les mesures d'angles ou de segments lorsqu'il faut utiliser d'autres propriétés géométriques, telles que celles des droites parallèles et des triangles congruents, ainsi que les propriétés des cercles ou des polygones.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Développer et appliquer les propriétés géométriques du cercle et des polygones pour résoudre des problèmes.

Résultat spécifique

5.1 Utiliser les outils technologiques et la mesure pour confirmer les propriétés suivantes et les appliquer à des cas particuliers :

- dans un cercle, tout rayon perpendiculaire à une corde coupe la corde en deux parties égales;
- la mesure de l'angle au centre est égale à deux fois la mesure de l'angle inscrit sous-tendu par le même arc;
- les angles inscrits sous-tendus par le même arc sont congrus;
- l'angle inscrit dans un demi-cercle est un angle droit;
- les angles opposés d'un quadrilatère inscrit dans un cercle sont supplémentaires;
- la tangente à un cercle est perpendiculaire au rayon au point de tangence;
- les segments partant d'un même point externe et tangents à un cercle sont congrus;
- l'angle entre une tangente et une corde est égal à l'angle inscrit de l'autre côté de la corde;
- la somme des angles intérieurs d'un polygone régulier qui possède n côtés est $(2n - 4)$ angles droits.

[RP, R, T, V]

Exemples de tâches

[ ] Concepts
[ ] Méthodes
[✓] Résolution de problèmes

Question

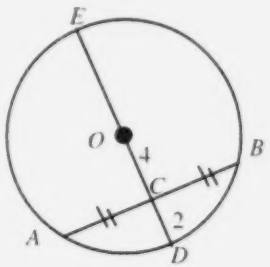
1. Utilise un logiciel de géométrie animée pour étudier la mesure de l'angle inscrit sous-tendu par un demi-cercle.

Solution

1. Les solutions varieront, mais la mesure de l'angle est toujours de 90°.

Question

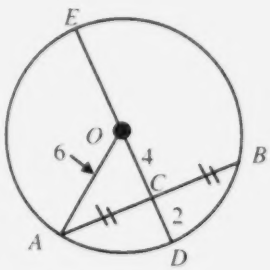
2. Étant donné le diagramme qui suit, détermine la mesure de :
   a) $\overline{AC}$
   b) $\overline{CE}$



$r = 6$

Solution

2.



a) $\overline{AC} = \sqrt{6^2 - 4^2}$
$= \sqrt{36 - 16}$
$= \sqrt{20}$

b) $\overline{CE} = 6 + 4$
$= 10$

(suite)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Développer et appliquer les propriétés géométriques du cercle et des polygones pour résoudre des problèmes.

Résultat spécifique

5.1 Utiliser les outils technologiques et la mesure pour confirmer les propriétés suivantes et les appliquer à des cas particuliers :

- dans un cercle, tout rayon perpendiculaire à une corde coupe la corde en deux parties égales;
- la mesure de l'angle au centre est égale à deux fois la mesure de l'angle inscrit sous-tendu par le même arc;
- les angles inscrits sous-tendus par le même arc sont congrus;
- l'angle inscrit dans un demi-cercle est un angle droit;
- les angles opposés d'un quadrilatère inscrit dans un cercle sont supplémentaires;
- la tangente à un cercle est perpendiculaire au rayon au point de tangence;
- les segments partant d'un même point externe et tangents à un cercle sont congrus;
- l'angle entre une tangente et une corde est égal à l'angle inscrit de l'autre côté de la corde;
- la somme des angles intérieurs d'un polygone régulier qui possède n côtés est $(2n - 4)$ angles droits.

[RP, R, T, V]

Exemples de tâches

[ ] Concepts
[ ] Méthodes
[✓] Résolution de problèmes

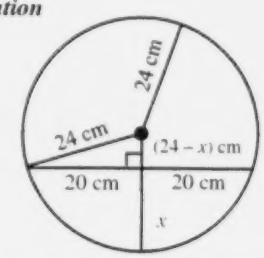
(suite)

Question

3. Le rayon d'une conduite d'eau circulaire est de 24 cm. Si la largeur de la surface de l'eau dans la conduite est de 40 cm, détermine la profondeur maximale de l'eau au dixième de centimètre près.

Solution

3.



Coupe transversale de la conduite d'eau

$r = 24$ cm
largeur de la surface de l'eau = 40 cm
profondeur de l'eau = x cm

$$(24 - x)^2 + (20)^2 = (24)^2$$
$$576 - 48x + x^2 + 400 = 576$$
$$x^2 - 48x + 400 = 0$$
$$x = \frac{48 \pm \sqrt{(48)^2 - 4(1)(400)}}{2}$$
$$x \doteq 37{,}27 \text{ cm ou } 10{,}73 \text{ cm}$$

La profondeur de l'eau est d'environ 37,3 cm ou 10,7 cm.

Description du rendement de l'élève (en fonction des tâches)	
L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut : • exécuter l'étude demandée à la question 1 en recevant des instructions; • répondre à la question 2, si on lui fournit le renseignement supplémentaire que $\overline{OA} = 6$.	**L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :** • résoudre la question 1 sans aide; • répondre à la question 2; • trouver une solution à la question 3, si on ne lui fournit pas de diagramme; • trouver les deux solutions à la question 3, si on lui fournit un diagramme.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Développer et appliquer les propriétés géométriques du cercle et des polygones pour résoudre des problèmes.

Résultat spécifique

5.2 Prouver les propriétés générales suivantes, en utilisant des concepts et des théorèmes :
- toutes bissectrices perpendiculaires d'une corde passent par le centre du cercle;
- l'angle inscrit dans un demi-cercle est un angle droit;
- les segments partant d'un même point externe et tangents à un cercle sont congrus.

[RP, R, L]

[C] Communication
[L] Liens
[R] Raisonnement
[E] Estimation et calcul mental
[RP] Résolution de problèmes
[T] Technologie
[V] Visualisation

Notes :

- Le but de ce résultat d'apprentissage spécifique est d'aider les élèves à saisir la nature des preuves et à lire les preuves présentées dans les manuels.
- Les élèves devraient être exposés à diverses formes de présentation de preuves.
- L'utilisation des noms formels des théorèmes n'est pas nécessaire.
- Les figures peuvent être définies en fonction de leurs propriétés de transformation, d'axes de symétrie, de rotations ou de translations.
- Les élèves devraient être capables de paraphraser les preuves présentées par l'enseignant.
- Afin d'évaluer leur compréhension de la structure d'une preuve ainsi que des concepts et théorèmes utilisés, l'enseignant peut demander aux élèves de combler les lacunes et de paraphraser.
- Les manuels de l'élève contiennent des preuves pour chacune des propriétés susmentionnées.

Description du rendement de l'élève (en fonction du résultat d'apprentissage spécifique)

L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut :	**L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :**
• montrer qu'il comprend le problème en fournissant une vérification pour un ou plusieurs cas spéciaux, mais non une preuve; • donner les justifications des énoncés de preuves décrits dans le résultat d'apprentissage spécifique; • commencer à prouver une conjecture connexe.	• montrer qu'il comprend le problème en donnant une preuve pour le cas général; • justifier les étapes d'une preuve complète d'une conjecture connexe.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Développer et appliquer les propriétés géométriques du cercle et des polygones pour résoudre des problèmes.

Résultat spécifique

5.2 Prouver les propriétés générales suivantes, en utilisant des concepts et des théorèmes :
- toutes bissectrices perpendiculaires d'une corde passent par le centre du cercle;
- l'angle inscrit dans un demi-cercle est un angle droit;
- les segments partant d'un même point externe et tangents à un cercle sont congrus.

[RP, R, L]

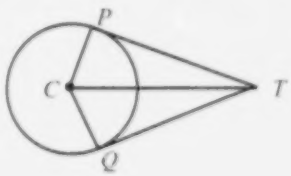
Exemples de tâches

[✓] Concepts
[✓] Méthodes
[ ] Résolution de problèmes

Question

1. On trace les tangentes *TP* et *TQ* à un cercle de centre *C* à partir d'un point externe *T*. Prouve que le quadrilatère *TPCQ* est cyclique.

Solution possible



1. La mesure de l'angle *TPC* est égale à 90°, puisque le segment de droite *TP* est une tangente et que le segment de droite *CP* est un rayon.
La mesure de l'angle *TQC* est égale à 90°, puisque le segment de droite *TQ* est une tangente et que le segment de droite *CQ* est un rayon.
Donc, la somme des angles opposés *TPC* et *TQC* est égale à 180°.
Par conséquent, le quadrilatère *TPCQ* est cyclique, puisque la somme des angles opposés est égale à 180°.

(suite)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Développer et appliquer les propriétés géométriques du cercle et des polygones pour résoudre des problèmes.

Résultat spécifique

5.2 Prouver les propriétés générales suivantes, en utilisant des concepts et des théorèmes :
- toutes bissectrices perpendiculaires d'une corde passent par le centre du cercle;
- l'angle inscrit dans un demi-cercle est un angle droit;
- les segments partant d'un même point externe et tangents à un cercle sont congrus.

[RP, R, L]

Exemples de tâches

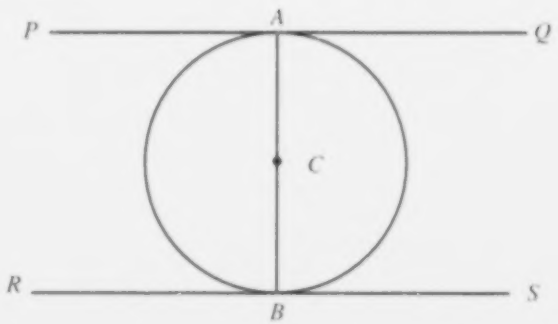
[✓] Concepts
[✓] Méthodes
[ ] Résolution de problèmes

(suite)

Question

2. Prouve que les deux tangentes aux extrémités d'un diamètre d'un cercle sont parallèles.

Solution possible



2. Dans le diagramme ci-dessus, *PAQ* et *RBS* sont les tangentes et *ACB* est le diamètre.

   La mesure de l'angle *PAC* est égale à 90°, puisque *PA* est une tangente et que *AC* est un rayon.

   En outre, la mesure de l'angle *SBC* est égale à 90°, puisque *SB* est une tangente et que *BC* est un rayon.

   Mais les angles *PAC* et *SBC* sont des angles alternes-internes; donc, *PAQ* et *RBS* sont parallèles, puisque leurs angles alternes-internes sont égaux.

Description du rendement de l'élève (en fonction des tâches)	
L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut :	**L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :**
• fournir les justifications de la preuve à la question 1, après qu'on lui ait donné le diagramme et les étapes; • paraphraser la preuve à la question 2.	• donner les preuves complètes aux deux questions, lorsqu'on lui fournit le diagramme de la question 1 et qu'on ne lui fournit pas celui de la question 2.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Développer et appliquer les propriétés géométriques du cercle et des polygones pour résoudre des problèmes.

Résultat spécifique

5.3 Utiliser les différentes propriétés du cercle et des rapports trigonométriques pertinents pour résoudre des problèmes et justifier la stratégie suivie pour obtenir la solution.
[RP, R, V]

[C] Communication
[L] Liens
[R] Raisonnement
[E] Estimation et calcul mental
[RP] Résolution de problèmes
[T] Technologie
[V] Visualisation

Notes :

- Les problèmes devraient être limités à ceux qui nécessitent l'utilisation des propriétés du cercle mentionnées dans les résultats d'apprentissage spécifiques 5.1 et 5.2.
- Ce résultat d'apprentissage spécifique pourrait nécessiter l'utilisation de la trigonométrie ou de la géométrie analytique.
- Ce résultat d'apprentissage spécifique pourrait comprendre la vérification de cas spéciaux, mais ne comprend pas l'établissement de preuves.
- Les problèmes ayant trait à la longueur des arcs et à l'aire des secteurs sont facultatifs ici et peuvent être couverts dans le cadre du résultat d'apprentissage spécifique sur la mesure en degrés et en radians du cours de Mathématiques pures 30.

Description du rendement de l'élève (en fonction du résultat d'apprentissage spécifique)	
L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut :	**L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :**
• résoudre des problèmes simples et expliquer la stratégie utilisée pour obtenir la solution; • résoudre des problèmes complexes.	• résoudre complètement des problèmes complexes et expliquer la stratégie utilisée pour obtenir la solution; • justifier la stratégie utilisée pour résoudre un problème.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Développer et appliquer les propriétés géométriques du cercle et des polygones pour résoudre des problèmes.

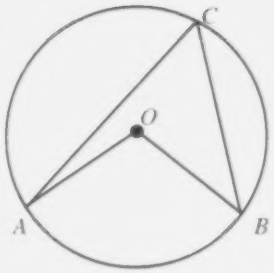
Résultat spécifique

5.3 Utiliser les différentes propriétés du cercle et des rapports trigonométriques pertinents pour résoudre des problèmes et justifier la stratégie suivie pour obtenir la solution. [RP, R, V]

Exemples de tâches

[✓] Concepts
[ ] Méthodes
[✓] Résolution de problèmes

Question

1. 

Si la corde $AB = 11{,}7$ cm et que le rayon $OA = 10{,}0$ cm, trouve la valeur de l'angle ACB, où C est situé sur le grand arc AB. Énonce les propriétés du cercle utilisées dans la solution.

Solution

1. Trace AB; le point médian est M.

$$\text{Angle } AOM = \sin^{-1}\left[\frac{AM}{OA}\right]$$

$$= \sin^{-1}\left[\frac{5{,}85}{10{,}0}\right] = 35{,}8°$$

$$\text{Angle } AOB = 2 \times \text{angle } AOM$$

$$= (2)(35{,}8°)$$

$$= 71{,}6°$$

$$\angle ACB = \text{la moitié de } \angle AOB$$

$$= 35{,}8°$$

Propriétés du cercle utilisées :

- OM est perpendiculaire à AB, si M est le point médian de AB.
- OM est la bissectrice de $\angle AOB$.
- $\angle ACB$ est égal à la moitié de $\angle AOB$.

(suite)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Développer et appliquer les propriétés géométriques du cercle et des polygones pour résoudre des problèmes.

Résultat spécifique

5.3 Utiliser les différentes propriétés du cercle et des rapports trigonométriques pertinents pour résoudre des problèmes et justifier la stratégie suivie pour obtenir la solution. [RP, R, V]

Exemples de tâches

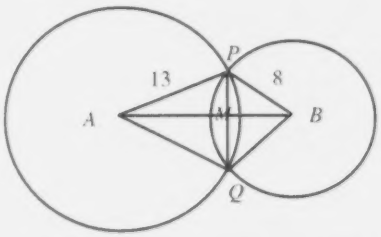
[ ] Concepts
[ ] Méthodes
[✓] Résolution de problèmes

(suite)

Question

2. Deux cercles ont un rayon de 13 cm et de 8 cm, respectivement. La distance entre les centres est de 18 cm. Trouve la longueur de la corde commune à 0,1 cm près. Explique la stratégie utilisée pour obtenir la solution.

Solution



Application de la loi du cosinus au triangle *APB*.

$$\cos \angle PAB = \left[\frac{13^2 + 18^2 - 8^2}{2(13)(18)}\right]$$

$\angle PAB = 23{,}56°$

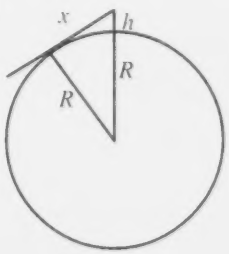
Comme *AB* est la médiatrice de *PQ*, le triangle *PMA* est un triangle rectangle.

$$\begin{aligned} PQ &= 2(13 \sin \angle PAB) \\ &= 10{,}39 \text{ cm} \\ &= 10{,}4 \text{ cm} \end{aligned}$$

Question

3. Jacques fait passer la hauteur de ses yeux de 1,55 m à 1,70 m en portant des chaussures à plate-forme. À quelle distance supplémentaire peut-il voir? Suppose que le rayon de la Terre est 6 370 km. Explique la stratégie utilisée.

Solution



Sans chaussures à plate-forme

$x^2 + R^2 = (R + h)^2$

$x^2 + 6\,370\,000^2 = 6\,370\,001{,}55^2$

$x = 4443{,}76$ m

Avec chaussures à plate-forme,

$h = 1{,}70$ m

$x^2 + 6\,370\,000^2 = 6\,370\,001{,}70^2$

$x = 4653{,}82$ m

Il peut voir (4653,8 – 4443,8) ou 210 m plus loin.

(suite)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Développer et appliquer les propriétés géométriques du cercle et des polygones pour résoudre des problèmes.

Résultat spécifique

5.3 Utiliser les différentes propriétés du cercle et des rapports trigonométriques pertinents pour résoudre des problèmes et justifier la stratégie suivie pour obtenir la solution. [RP, R, V]

Exemples de tâches

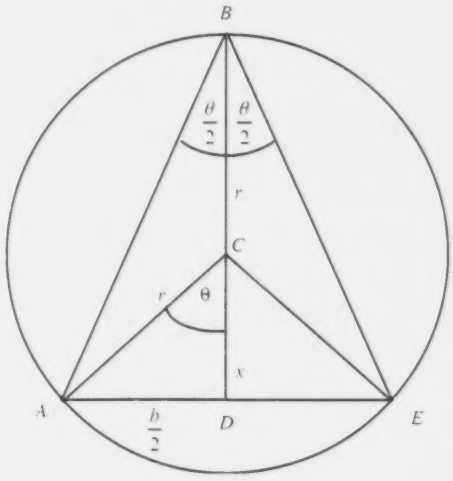
[ ] Concepts
[ ] Méthodes
[✓] Résolution de problèmes

(suite)

Question

4. Un triangle isocèle est inscrit dans un cercle de rayon r. Établis les expressions pour le calcul de l'aire du triangle en fonction :
   a) du rayon et de la longueur de la base;
   b) du rayon et de l'angle inscrit.

Solution



4. a) $A = \frac{1}{2}bh$

Maintenant, substituons $h = r + x$, de sorte que $A = \frac{1}{2}b(r + x)$.

Utilisons le théorème de Pythagore pour éliminer x :

$$x = \sqrt{r^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2}$$

Remplaçons x par sa valeur pour obtenir l'expression finale :

$$A = \frac{1}{2}b\left(r + \sqrt{r^2 - \frac{b^2}{4}}\right)$$

(suite)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Développer et appliquer les propriétés géométriques du cercle et des polygones pour résoudre des problèmes.

Résultat spécifique

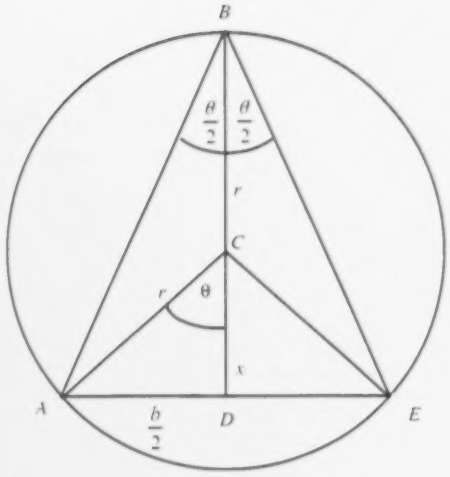
5.3 Utiliser les différentes propriétés du cercle et des rapports trigonométriques pertinents pour résoudre des problèmes et justifier la stratégie suivie pour obtenir la solution. [RP, R, V]

Exemples de tâches

[ ] Concepts
[ ] Méthodes
[✓] Résolution de problèmes

(suite)

Solution



4. b) $A = \frac{1}{2}bh$

Maintenant substituons $h = r + x$, de sorte que $A = \frac{1}{2}b(r + x)$.

L'angle inscrit ABE est égal à la moitié de l'angle central ACE, si bien que l'angle $ABD = \frac{1}{2}\theta$, et l'angle $ACD = \theta$.

Le triangle rectangle ACD nous donne $x = r\cos\theta$ et $b = 2r\sin\theta$.

Remplaçons x et b par leur valeur ainsi obtenue pour obtenir l'expression finale : $A = \frac{1}{2}(2r\sin\theta)(r + r\cos\theta)$

Celle-ci se simplifie pour donner $A = r^2\sin\theta(1 + \cos\theta)$.

Description du rendement de l'élève (en fonction des tâches)	
L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut :	**L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :**
• résoudre complètement la question 1, si on lui donne le diagramme; • fournir des explications limitées des stratégies utilisées pour obtenir la solution à la question 1; • commencer à résoudre la question 3, si on lui donne le diagramme; • résoudre la partie a de la question 4 si on lui donne le diagramme.	• résoudre complètement la question 1, sans qu'on lui donne le diagramme; • fournir des explications détaillées des stratégies utilisées pour résoudre la question 1; • résoudre complètement la question 2, si on lui fournit le diagramme; • tracer le diagramme en réponse à la question 3; • résoudre entièrement la question 3; • résoudre la partie a de la question 4, sans qu'on lui fournisse le diagramme; • résoudre la partie b de la question 4 si on lui fournit le diagramme.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Utiliser la géométrie analytique comportant des droites et des segments de droite pour résoudre des problèmes et justifier les solutions.

Résultat spécifique

5.4 Résoudre des problèmes comportant des distances entre des points et des droites.
[L, RP, R]

[C] Communication
[L] Liens
[R] Raisonnement
[E] Estimation et calcul mental
[RP] Résolution de problèmes
[T] Technologie
[V] Visualisation

Notes :

- Il convient de faire la distinction entre la distance verticale entre un point et une droite, la distance horizontale entre un point et une droite et la plus courte distance entre un point et une droite.
- L'équation du cercle, établie à partir de la formule de la distance, peut être un outil utile pour résoudre les problèmes relatifs à ce résultat d'apprentissage spécifique et pour construire les preuves fondées sur la géométrie analytique.
- L'étude de la distance horizontale est facultative, selon la méthode de calcul de la plus courte distance.
- L'utilisation de la formule générale de calcul de la plus courte distance n'est pas nécessaire.
- Le calcul de la plus courte distance peut se faire par une méthode trigonométrique ou par résolution d'un système d'équations.

Description du rendement de l'élève (en fonction du résultat d'apprentissage spécifique)

L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut :

- illustrer la distance verticale entre un point et une droite;
- déterminer la distance verticale entre un point et une droite exprimée sous la forme $y = mx + b$;
- représenter, graphiquement, la plus courte distance entre un point et une droite exprimée sous la forme $y = mx + b$;
- commencer à donner une solution algébrique pour déterminer la plus courte distance entre un point et une droite;
- déterminer la distance verticale entre deux droites parallèles exprimée sous la forme $y = mx + b$.

L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :

- déterminer la distance verticale entre un point et une droite exprimée sous la forme $Ax + By + C = 0$;
- représenter, graphiquement, la plus courte distance entre un point et une droite exprimée sous la forme $Ax + By + C = 0$;
- déterminer, algébriquement, la plus courte distance entre un point et une droite;
- décrire la méthode qu'il faut suivre pour déterminer la plus courte distance entre deux droites parallèles.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Utiliser la géométrie analytique comportant des droites et des segments de droite pour résoudre des problèmes et justifier les solutions.

Résultat spécifique

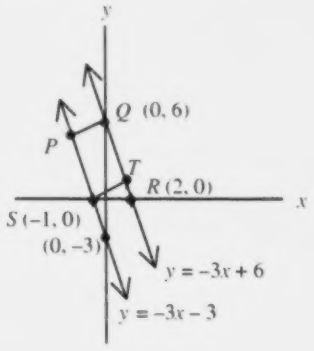
5.4 Résoudre des problèmes comportant des distances entre des points et des droites.
[L, RP, R]

Exemples de tâches

[ ] Concepts
[✓] Méthodes
[ ] Résolution de problèmes

Question

1. Détermine la distance verticale et la plus courte distance entre les droites parallèles $y = -3x - 3$ et $y = -3x + 6$.



Solution 1

Distance verticale :
Trouve les ordonnées à l'origine
$y = -3x - 3$ $\qquad$ $y = -3x + 6$
$y = -3$ $\qquad$ $y = 6$
Distance verticale = 9.

Plus courte distance :

Toute droite perpendiculaire à $y = -3x + 6$ a une pente de $\frac{1}{3}$.

① $m = \frac{1}{3}$

passe par le point (0, 6)

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 6 = \frac{1}{3}(x - 0)$

$y = \frac{1}{3}x + 6$ est l'équation de PQ.

② Plus courte distance :

$y = \frac{1}{3}x + 6$ ①

$-(y = -3x - 3)$ ②

$0 = \frac{10}{3}x + 9$

$-9 = \frac{10}{3}x$

$-\frac{27}{10} = x$

$y = -3\left(-\frac{27}{10}\right) - 3$

$y = \frac{51}{10}$ $\qquad$ Les coordonnées de P sont $\left(-\frac{27}{10}, \frac{51}{10}\right)$.

(suite)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Utiliser la géométrie analytique comportant des droites et des segments de droite pour résoudre des problèmes et justifier les solutions.

Résultat spécifique

5.4 Résoudre des problèmes comportant des distances entre des points et des droites.
[L, RP, R]

Exemples de tâches

[ ] Concepts
[✓] Méthodes
[ ] Résolution de problèmes

(suite)

Solution 1

③ Utilise la formule de la distance pour les points P, Q.

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(-\frac{27}{10} - 0)^2 + (\frac{51}{10} - 6)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{729}{100} + \frac{81}{100}}$$

$$= \sqrt{\frac{810}{100}}$$

$d \doteq 2{,}85$

La plus courte distance PQ est égale à 2,85.

Solution 2

Distance horizontale :
Trouve les abscisses à l'origine.

$y = -3x - 3$	$y = -3x + 6$
$0 = -3x - 3$	$0 = -3x + 6$
$-1 = x$	$2 = x$

Distance horizontale = 3.

Plus courte distance :
$ST = SR \sin(\angle SRT)$
Maintenant, $\tan(\angle SRT) = 3$
$\therefore \angle SRT = 71{,}57°$
$ST = 3\sin(71{,}57)°$
$= 2{,}85$
La plus courte distance ST est approximativement égale à 2,85.

Description du rendement de l'élève (en fonction des tâches)	
L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut :	**L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :**
• déterminer la distance verticale; • déterminer la distance horizontale, s'il utilise la méthode de la solution 2.	• déterminer la distance verticale ou horizontale, et l'utiliser pour déterminer la plus courte distance.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Utiliser la géométrie analytique comportant des droites et des segments de droite pour résoudre des problèmes et justifier les solutions.

Résultat spécifique

5.5 Vérifier et prouver des propriétés en géométrie plane, en utilisant la géométrie analytique et des rapports trigonométriques lorsque cela est nécessaire.
[C, R, V]

[C] Communication
[L] Liens
[R] Raisonnement
[E] Estimation et calcul mental
[RP] Résolution de problèmes
[T] Technologie
[V] Visualisation

Notes :

- Les élèves peuvent utiliser divers formats pour présenter leurs preuves.
- Les élèves doivent communiquer clairement leur point de départ, leur justification et leur conclusion.
- L'utilisation des noms officiels des théorèmes n'est pas nécessaire.
- La connaissance des formules du point médian, de la pente et de la distance du cours de Mathématiques pures 10 est essentielle pour ce résultat d'apprentissage spécifique.
- Certains élèves pourraient définir les figures en fonction de leurs propriétés de transformation et justifier la congruence en fonction des axes de symétrie, des translations ou des rotations.
- En situant l'un des points importants du problème à l'origine et en orientant la figure le long de l'axe des x ou des y, il est possible de réduire au minimum le développement algébrique nécessaire pour établir les preuves fondées sur la géométrie analytique. Sinon, les calculs algébriques sont habituellement trop compliqués.
- L'équation du cercle, telle qu'établie à partir de la formule de la distance, peut être un outil utile pour résoudre les problèmes relatifs à ce résultat spécifique d'apprentissage.

Description du rendement de l'élève (en fonction du résultat d'apprentissage spécifique)	
L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut :	**L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :**
• vérifier les conjectures, étant donné les coordonnées de points particuliers, par la géométrie analytique; • distinguer entre la vérification de cas particuliers et la preuve de cas généraux; • établir une preuve brève d'une propriété géométrique en se fondant sur la géométrie analytique, lorsqu'on lui fournit un diagramme annoté.	• produire un diagramme et rédiger une preuve de deux à quatre lignes d'une propriété géométrique en se fondant sur la géométrie analytique; • achever une preuve plus longue d'une propriété géométrique, par la géométrie analytique, lorsqu'on lui fournit un diagramme annoté; • choisir et expliquer les positions appropriées de l'origine et les orientations des axes des coordonnées.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Utiliser la géométrie analytique comportant des droites et des segments de droite pour résoudre des problèmes et justifier les solutions.

Résultat spécifique

5.5 Vérifier et prouver des propriétés en géométrie plane, en utilisant la géométrie analytique et des rapports trigonométriques lorsque cela est nécessaire.
[C, R, V]

Exemples de tâches

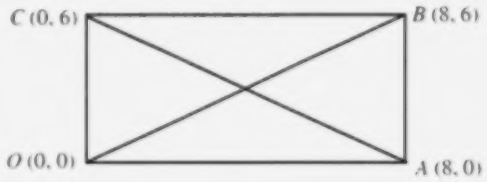
[ ] Concepts
[ ] Méthodes
[✓] Résolution de problèmes

Question

1. Les coordonnées d'un rectangle $OABC$ sont (0, 0) pour le point O, (8, 0) pour le point A et (0, 6) pour le point C. Trouve les coordonnées du point B et vérifie que les diagonales OB et AC ont la même longueur.

Solution

1.



$$(OB)^2 = (OA)^2 + (AB)^2$$
$$= 8^2 + 6^2$$
$$= 100$$

$$(AC)^2 = (OA)^2 + (OC)^2$$
$$= 8^2 + 6^2$$
$$= 100$$
$$\therefore\ OB = AC = 10$$

Question

2. Les extrémités d'un segment de droite sont $M(8, 6)$ et $N(-6, 8)$.
   a) Démontre que MN est une corde du cercle $x^2 + y^2 = 100$.
   b) Détermine l'équation de la droite qui passe par le centre du cercle et par le point médian de la corde MN.
   c) Explique comment tu peux dire, d'après ta réponse à la partie b, que la droite est perpendiculaire à la corde MN.

Solution

2. a) $M: 8^2 + (6)^2$
$= 64 + 36$
$= 100$

$N: (-6)^2 + 8^2$
$= 36 + 64$
$= 100$

Les points M et N satisfont tous deux $x^2 + y^2 = 100$, donc ils se trouvent tous deux sur le cercle $x^2 + y^2 = 100$.
Par conséquent, MN est une corde du cercle.

(suite)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Utiliser la géométrie analytique comportant des droites et des segments de droite pour résoudre des problèmes et justifier les solutions.

Résultat spécifique

5.5 Vérifier et prouver des propriétés en géométrie plane, en utilisant la géométrie analytique et des rapports trigonométriques lorsque cela est nécessaire.
[C, R, V]

Exemples de tâches

[ ] Concepts
[ ] Méthodes
[✓] Résolution de problèmes

(suite)

Solution

2. b) Milieu $_{MN} = \left(\frac{8+-6}{2}, \frac{6+8}{2}\right)$

$= (1, 7)$

$C\ (0, 0)$ est le centre du cercle $x^2 + y^2 = 100$

$m = \frac{7-0}{1-0} = 7$

$y = mx + b$

$7 = 7(1) + b$

$0 = b$

$y = 7x$

Par conséquent, $7x - y = 0$ ou $y = 7x$ est l'équation requise.

c) La droite a une pente de 7; la corde MN a une pente de :

$$m = \frac{8-6}{-6-8} = \frac{2}{-14} = -\frac{1}{7}$$

$$7 \times -\frac{1}{7} = -1$$

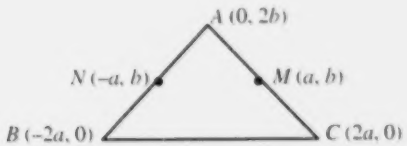
Par conséquent, la droite et la corde MN sont perpendiculaires.

Question

3. Montre que les deux médianes partant des sommets des angles de base d'un triangle isocèle sont de longueur égale.

Solution

3.



$$M = \left[\frac{0+2a}{2}, \frac{2b+0}{2}\right] = (a, b)$$

$$N = \left[\frac{0+(-2a)}{2}, \frac{2b+0}{2}\right] = (-a, b)$$

$BM^2 = [(a - (-2a))^2 + (b - 0)^2] = 9a^2 + b^2$

$CN^2 = [(2a - (-a))^2 + (b - 0)^2] = 9a^2 + b^2$

Puisque $BM^2 = CN^2$, $BM = CN$, et par conséquent, les médianes sont de longueur égale.

(suite)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Utiliser la géométrie analytique comportant des droites et des segments de droite pour résoudre des problèmes et justifier les solutions.

Résultat spécifique

5.5 Vérifier et prouver des propriétés en géométrie plane, en utilisant la géométrie analytique et des rapports trigonométriques lorsque cela est nécessaire.
[C, R, V]

Exemples de tâches

[ ] Concepts
[ ] Méthodes
[✓] Résolution de problèmes

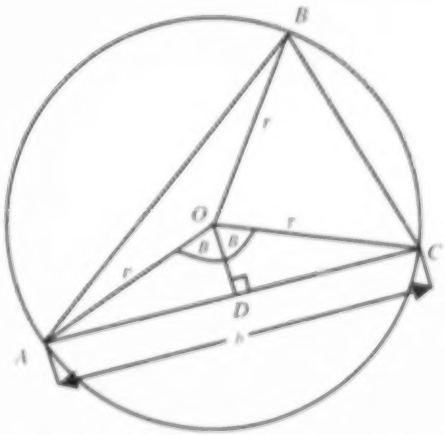
(suite)

Question

4. Prouve que, pour tout triangle inscrit dans un cercle, le diamètre d est égal à $\frac{a}{\sin A}$, $\frac{b}{\sin B}$ ou $\frac{c}{\sin C}$.

Solution

4. Preuve :



Le triangle OAC est isocèle. L'angle au centre est égal à $2B$ (l'angle au centre AOC est égal au double de l'angle inscrit ABC).

r = rayon = $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$

$d = 2r$

Les triangles AOD et COD sont tous deux des triangles rectangles.

Donc, pour le triangle AOD, nous avons $\sin B = \frac{\overline{AD}}{r}$ ou $d = \frac{b}{\sin B}$.

Puisque $\overline{AD} = \frac{b}{2}$, $\sin B = \frac{b}{2r}$

De la même façon, en utilisant le triangle AOB, nous avons $d = \frac{c}{\sin C}$.

De la même façon, en utilisant le triangle COB, nous avons $d = \frac{a}{\sin A}$.

Bien que la loi des sinus ait été établie en fonction des aires des triangles, cet exemple montre qu'elle est également reliée au diamètre du cercle circonscrit.

Description du rendement de l'élève (en fonction des tâches)

L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut :	**L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :**
• résoudre complètement la question 1; • produire une preuve complète à la question 3, si on lui fournit le diagramme et les coordonnées de A, B et C; • paraphraser une preuve donnée à la question 4.	• résoudre complètement la question 2; • établir une preuve à la question 3, en produisant son propre diagramme; • établir une preuve à la question 4, si on lui fournit le diagramme.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

STANDARDS RELATIFS À LA FINANCE

RÉSULTAT D'APPRENTISSAGE GÉNÉRAL

- Résoudre des problèmes de consommateur, en utilisant les opérations arithmétiques.

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE SPÉCIFIQUES

6.1 Résoudre des problèmes de consommateur pouvant comprendre :
- des salaires gagnés dans diverses situations,
- des impôts fonciers,
- des taux de change.

[L, E, RP, R, T]

6.2 Rapprocher des états financiers pouvant comprendre :
- des carnets de chèques et des états de compte bancaires,
- les relevés de carte de crédit,
- les reçus de paiement.

[L, RP, T]

6.3 Résoudre des problèmes de budget, en utilisant des diagrammes et des tableaux pour communiquer les solutions.
[C, RP, T, V]

6.4 Tracer et décrire le graphique de données financières sous forme exponentielle.
[C, T, V]

6.5 Résoudre des problèmes d'investissement et de crédit comprenant des intérêts simples et composés.
[L, RP, T]

Domaine : Le nombre (Les opérations numériques)

L'élève devra :

- démontrer une compréhension et une compétence en calcul.
- choisir l'opération ou les opérations arithmétiques qui conviennent et résoudre le problème.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Résoudre des problèmes de consommateur, en utilisant les opérations arithmétiques.

Résultat spécifique

6.1 Résoudre des problèmes de consommateur pouvant comprendre :
- des salaires gagnés dans diverses situations,
- des impôts fonciers,
- des taux de change.

[L, E, RP, R, T]

[C] Communication
[L] Liens
[R] Raisonnement
[E] Estimation et calcul mental
[RP] Résolution de problèmes
[T] Technologie
[V] Visualisation

Notes :

- Ce résultat d'apprentissage spécifique correspond au résultat d'apprentissage spécifique 4.1 du cours de Mathématiques appliquées 20.
- Ce résultat d'apprentissage spécifique se prête à l'exécution de projets. La ressource de mathématiques appliquées contient de nombreux exemples de projets qui reflètent ce résultat d'apprentissage spécifique.
- Les résultats d'apprentissage spécifiques du cours Carrière et vie 20 ont certains aspects en commun avec ce résultat d'apprentissage spécifique.
- Dans *Omnimaths 11* de Chenelière/McGraw-Hill, certaines parties de ce résultat d'apprentissage spécifique sont traitées aux sections « Point de départ » et « Découvertes mathématiques ».
- Deux méthodes peuvent être utilisées pour déterminer les retenues au titre du Régime de pensions du Canada (RPC) et du Régime d'assurance-emploi (RAE), à savoir l'utilisation de tables ou de taux en pourcentage. Les taux et la valeur maximale changent chaque année.
- Les taux du RPC et RAE de 2002 ont été utilisés pour la solution de la question 3.
- Les taux de change des devises sont mis à jour quotidiennement dans la presse.
- Il faudrait revoir le vocabulaire de la fiscalité avec les élèves.

Description du rendement de l'élève (en fonction du résultat d'apprentissage spécifique)

L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut :

- achever les calculs et présenter l'information de façon appropriée;
- communiquer les notions mathématiques au moyen de vocabulaire courant approprié, mais certains détails peuvent manquer;
- calculer les retenues salariales, mais ne pas nécessairement se rendre compte quand les cotisations au titre du RPC et de l'RAE ont atteint leur valeur maximale;
- calculer l'impôt sur le revenu lorsque le revenu imposable est compris dans la première tranche d'imposition.

L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :

- achever les calculs et présenter l'information de façon exemplaire;
- communiquer les notions mathématiques clairement, en se servant de chiffres, de diagrammes et de termes mathématiques appropriés;
- calculer l'impôt sur le revenu pour tout revenu imposable;
- calculer les retenues salariales lorsque les cotisations au titre du RPC et de l'RAE sont maximales.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Résoudre des problèmes de consommateur, en utilisant les opérations arithmétiques.

Résultat spécifique

6.1 Résoudre des problèmes de consommateur pouvant comprendre :
- des salaires gagnés dans diverses situations,
- des impôts fonciers,
- des taux de change.

[L, E, RP, R, T]

Exemples de tâches

[ ] Concepts
[✓] Méthodes
[ ] Résolution de problèmes

Question

1. François a travaillé 52 heures la semaine dernière. Il est payé 6,50 $ de l'heure pendant les 40 premières heures et une fois et demie ce tarif horaire pour les heures supplémentaires.
   a) Calcule la rémunération brute de François pour la semaine.
   b) Calcule ses retenues salariales, en utilisant les taux suivants : RPC à 4,7 %, RAE à 2,2 %, impôt sur le revenu à 11 % de la paye, après déduction des cotisations au titre du RPC et de l'RAE.
   c) Calcule la paye nette de François.

Solution

1. a) Rémunération = 40 h × 6,50 $/h + 12 h × (1,5 × 6,50 $/h)
   = 377,00 $

   b) RPC = 377,00 $ × 0,047 = 17,72 $
   RAE = 377,00 $ × 0,022 = 8,29 $
   Impôt sur le revenu = 0,11 × [377,00 $ – (17,72 $ + 8,29 $)]
   = 38,61 $

   c) Paye nette = 377,00 $ – (17,72 $ + 8,29 $ + 38,61 $)
   = 312,38 $

Question

2. Un touriste qui fait un voyage à New York a acheté 500 $US deux semaines avant son départ. À ce moment-là, 1 $CAN valait 0,67 $US. Le jour du départ, le touriste a acheté 500 $US supplémentaires quand 1 $CAN valait 0,69 $US.
   a) Détermine le coût des 1 000 $US en dollars canadiens, sans tenir compte des frais de transaction.
   b) Si le touriste avait connu les taux de change à l'avance, quand aurait-il dû acheter les devises? Explique ta réponse.

Solution

2. a) $\frac{500\ \$}{0,67}$ = 746,27 $CAN $\frac{500\ \$}{0,69}$ = 724,64 $CAN
   Coût = 746,27 $ + 724,64 $ = 1 470,91 $CAN

   b) Le touriste aurait dû acheter les 1 000 $US au taux de 0,69 $US. L'achat lui aurait coûté 21,63 $CAN de moins.

(suite)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Résoudre des problèmes de consommateur, en utilisant les opérations arithmétiques.

Résultat spécifique

6.1 Résoudre des problèmes de consommateur pouvant comprendre :
- des salaires gagnés dans diverses situations,
- des impôts fonciers,
- des taux de change.

[L, E, RP, R, T]

Exemples de tâches

[ ] Concepts
[✓] Méthodes
[ ] Résolution de problèmes

(suite)

Question

3. Pour les salaires compris entre 30 000 $ et 60 000 $, les taux approximatifs d'imposition sont les suivants :
   - 0 % sur les premiers 7 634 $;
   - 16 % sur les 5 705 $ suivants;
   - 26 % sur les 16 600 $ suivants;
   - 32 % sur le reste.

   Les retenues au titre du Régime de pensions du Canada sont de 4,7 % sur les premiers 35 600 $ et celles au titre du Régime d'assurance-emploi sont de 2,2 % sur les premiers 39 000 $.

   Marie gagne 47 000 $ et verse 4 000 $ dans un REER. Quelle est sa paye nette mensuelle?

Solution

3.

Retenues au titre du RPC	= 4,7 % de 35 600 $ = 1 673,20 $
Retenues au titre du RAE	= 2,2 % de 39 000 $ = 858 $
Revenu imposable	= 47 000 $ – 4 000 $ = 43 000 $
Impôt prélevé	= 0 % de 7 634 $ + 16 % de 5 705 $ + 26 % de 16 600 $ + 32 % de 14 000 $ = 9 708,80 $
Paye nette annuelle	= 47 000 $ – 1 673,20 $ – 858 $ – 9 708,80 $ – 4 000 $ = 30 760 $
Paye nette mensuelle	= 2 563,33 $

Description du rendement de l'élève (en fonction des tâches)	
L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut :	**L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :**
• répondre à toutes les parties des questions 1 et 2; • exposer une stratégie réalisable pour la question 3.	• répondre à la question 3.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Résoudre des problèmes de consommateur, en utilisant les opérations arithmétiques.

Résultat spécifique

6.2 Rapprocher des états financiers pouvant comprendre :
- des carnets de chèques et des états de compte bancaires,
- les relevés de carte de crédit,
- les reçus de paiement.

[L, RP, T]

[C] Communication
[L] Liens
[R] Raisonnement
[E] Estimation et calcul mental
[RP] Résolution de problèmes
[T] Technologie
[V] Visualisation

Notes :

- Ce résultat d'apprentissage spécifique correspond au résultat d'apprentissage spécifique 4.2 de Mathématiques appliquées 20.
- Les résultats d'apprentissage spécifiques du cours Carrière et vie 20 ont certains aspects en commun avec ce résultat d'apprentissage spécifique.
- Ce résultat d'apprentissage spécifique est traité dans *Omnimaths 11* de Chenelière/McGraw-Hill sous la rubrique « Découvertes mathématiques ».
- Les relevés de carte de crédit sont des exemples posant un plus grand défi que les reçus de paiement, car les remboursements mensuels ne sont pas fixes.

Description du rendement de l'élève (en fonction du résultat d'apprentissage spécifique)	
L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut :	**L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :**
• faire les calculs nécessaires pour rapprocher des états financiers et expliquer les processus mis en jeu; • expliquer les données d'un état financier; • donner la preuve qu'il est au courant des frais bancaires, comme les frais pour privilège de découvert, les intérêts, les frais de service et les frais de guichet automatique; • calculer les frais de crédit et le solde à régler sur les relevés de carte de crédit.	• déterminer quel régime de frais bancaires est le plus économique pour une situation donnée.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Résoudre des problèmes de consommateur, en utilisant les opérations arithmétiques.

Résultat spécifique

6.2 Rapprocher des états financiers pouvant comprendre :
- des carnets de chèques et des états de compte bancaires,
- les relevés de carte de crédit,
- les reçus de paiement.

[L, RP, T]

Exemples de tâches

[ ] Concepts
[✓] Méthodes
[ ] Résolution de problèmes

Question

1. a) Rapproche le relevé de carnet de chèques qui suit et le relevé de compte bancaire qui l'accompagne.

Relevé de carnet de chèques :

N° du chèque	Date	Description de la transaction	Retrait	Dépôt	Solde
					380,57 $
457	1er sept.	Paiement automobile	187,50 $		
458	10 sept.	Assurance-automobile – à mon père	50,00 $		
	12 sept.	Dépôt essence – de Jean		12,00 $	
	11 sept.	Retrait en espèces	40,00 $		
	15 sept.	Chèque de paye		144,88 $	
459	18 sept.	Cadeau pour Maxine	18,77 $		
460	20 sept.	Droits d'inscription – école	50,00 $		
461	20 sept.	Facture de téléphone	18,45 $		
	22 sept.	Argent pour la fin de semaine	50,00 $		
	30 sept.	Chèque de paye		144,88 $	
462	30 sept.	Nouveau pneu pour le camion	63,25 $		

Relevé de compte bancaire :

Date	Type de transaction	Débit	Crédit	Solde
	Solde précédent			380,57 $
7 sept.	Chèque 457	187,50 $		193,07 $
11 sept.	Retrait en espèces	40,00 $		153,07 $
12 sept.	Dépôt		12,00 $	165,07 $
15 sept.	Dépôt		144,88 $	309,95 $
22 sept.	Retrait en espèces	50,00 $		259,95 $
25 sept.	Chèque 461	18,45 $		241,50 $
26 sept.	Chèque 459	18,77 $		222,73 $
30 sept.	Dépôt		144,88 $	367,61 $
30 sept.	Frais de service	2,75 $		364,86 $
30 sept.	Frais de tenue de compte	1,00 $		363,86 $

(suite)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Résoudre des problèmes de consommateur, en utilisant les opérations arithmétiques.

Résultat spécifique

6.2 Rapprocher des états financiers pouvant comprendre :
- des carnets de chèques et des états de compte bancaires,
- les relevés de carte de crédit,
- les reçus de paiement.

[L, RP, T]

Exemples de tâches

[ ] Concepts
[✓] Méthodes
[ ] Résolution de problèmes

(suite)

Question

1. b) La banque offre à la personne titulaire du compte décrit plus haut, les options de frais de service suivantes :
Régime A : 8,50 $ par mois, frais fixes
Régime B : 1,00 $ par mois, frais de tenue de compte
0,65 $ par chèque
0,40 $ par transaction au guichet automatique.
Quel régime serait le plus économique pour cette situation?

c) Dans quelles circonstances ne s'agirait-il pas de la meilleure option?

Solution

1. a) Relevé de carnet de chèques :

N° du chèque	Date	Description de la transaction	Retrait	Dépôt	Solde
					380,57 $
457	1er sept.	Paiement automobile	187,50 $		193,07 $
458	10 sept.	Assurance-automobile – à mon père	50,00 $		143,07 $
	12 sept.	Dépôt essence – de Jean		12,00 $	155,07 $
	11 sept.	Retrait en espèces	40,00 $		115,07 $
	15 sept.	Chèque de paye		144,88 $	259,95 $
459	18 sept.	Cadeau pour Maxine	18,77 $		241,18 $
460	20 sept.	Droits d'inscription – école	50,00 $		191,18 $
461	20 sept.	Facture de téléphone	18,45 $		172,73 $
	22 sept.	Argent pour la fin de semaine	50,00 $		122,73 $
	30 sept.	Chèque de paye		144,88 $	267,61 $
462	30 sept.	Nouveau pneu pour le camion	63,25 $		204,36 $

Rapprochement : Prendre le solde du relevé de compte bancaire et soustraire tous les débits non comptabilisés et ajouter tous les crédits non comptabilisés pour obtenir un solde corrigé. Prendre le solde du relevé de carnet de chèques et soustraire les frais de service. Le solde ainsi obtenu devrait être égal au solde corrigé du relevé bancaire.

Dans l'exemple donné ici :
Relevé bancaire :
363,86 $ – 50,00 $ – 50,00 $ – 63,25 $ = 200,61 $
Relevé de carnet de chèques : 204,36 $ – 2,75 $ – 1,00 $ = 200,61 $

(suite)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Résoudre des problèmes de consommateur, en utilisant les opérations arithmétiques.

Résultat spécifique

6.2 Rapprocher des états financiers pouvant comprendre :
- des carnets de chèques et des états de compte bancaires,
- les relevés de carte de crédit,
- les reçus de paiement.

[L, RP, T]

Exemples de tâches

[ ] Concepts
[✓] Méthodes
[ ] Résolution de problèmes

(suite)

Solution

1. b) Régime A : 8,50 $

Régime B :	6 chèques @ 0,65 $	3,90 $
	2 retraits au GA @ 0,40 $	0,80 $
	3 dépôts au GA @ 0,40 $	1,20 $
	Frais de tenue de compte	1,00 $
		6,90 $

Cette solution suppose que des frais sont prélevés pour les dépôts d'argent au guichet automatique. La plupart des banques ne prélèvent pas ce genre de frais et une réponse de 5,70 $ est acceptable. De toute façon, le régime B serait le plus économique.

c) Le régime A deviendrait plus économique si le titulaire du compte émettait régulièrement plus de 11 chèques, faisait plus de 18 transactions au guichet automatique ou faisait une combinaison de ces deux choses dont le coût excéderait 7,50 $.

Question

2. Remplis le tableau qui suit pour déterminer le coût du crédit pour des achats faits à crédit dans un grand magasin pendant la période indiquée. Les frais mensuels de crédit sont de 1,4 % du solde à régler.

Mois	Solde précédent	− Paiement	+ Achats	Solde dû	+ Frais de crédit	Nouveau solde
Février	314,65 $	100,00 $	193,75 $		5,72 $	414,12 $
Mars		150,00 $	59,60 $			
Avril		140,00 $	421,83 $			618,62 $
Mai	618,62 $	200,00 $	39,65 $			
Juin		250,00 $	58,11 $			
Juillet		150,00 $	77,21 $			

Solution

2.

Mois	Solde précédent	− Paiement	+ Achats	Solde dû	+ Frais de crédit	Nouveau solde
Février	314,65 $	100,00 $	193,75 $	408,40 $	5,72 $	414,12 $
Mars	414,12 $	150,00 $	59,60 $	323,72 $	4,53 $	328,25 $
Avril	328,25 $	140,00 $	421,83 $	610,08 $	8,54 $	618,62 $
Mai	618,62 $	200,00 $	39,65 $	458,27 $	6,41 $	464,68 $
Juin	464,68 $	250,00 $	58,11 $	272,79 $	3,81 $	276,60 $
Juillet	276,60 $	150,00 $	77,21 $	203,81 $	2,84 $	206,65 $

Description du rendement de l'élève (en fonction des tâches)

L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut :	**L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :**
• répondre aux parties a et b de la question 1; • répondre à la question 2.	• expliquer quand il serait plus économique d'adopter le régime A à la partie c de la question 1.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Résoudre des problèmes de consommateur, en utilisant les opérations arithmétiques.

Résultat spécifique

6.3 Résoudre des problèmes de budget, en utilisant des diagrammes et des tableaux pour communiquer les solutions.
[C, RP, T, V]

[C] Communication
[L] Liens
[R] Raisonnement
[E] Estimation et calcul mental
[RP] Résolution de problèmes
[T] Technologie
[V] Visualisation

Notes :

- Ce résultat d'apprentissage spécifique correspond au résultat d'apprentissage spécifique 4.3 du cours de Mathématiques appliquées 20.
- Envisager des situations budgétaires qui ne comportent que quelques variables. L'étude de la matière se rapportant à ce résultat d'apprentissage spécifique peut facilement prendre l'importance d'un cours proprement dit.
- Les résultats d'apprentissage spécifiques du cours Carrière et vie 20 ont certains aspects en commun avec ce résultat d'apprentissage spécifique.
- Les programmes informatiques de budgétisation seraient des outils excellents pour l'élaboration des budgets.
- Ce résultat d'apprentissage spécifique se prête à l'utilisation de tableurs, mais peut être atteint à l'aide de la fonction de tabulation de la calculatrice à affichage graphique ou manuellement.

Description du rendement de l'élève (en fonction du résultat d'apprentissage spécifique)

L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut :	**L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :**
• établir un budget; • produire et interpréter des diagrammes destinés à représenter des données budgétaires, en se limitant à des diagrammes circulaires, des diagrammes à bandes et des pictogrammes; • faire des prédictions en se fondant sur les données; • adapter un budget pour tenir compte d'une modification unique de la situation.	• adapter un budget pour tenir compte de modifications multiples de la situation.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Résoudre des problèmes de consommateur, en utilisant les opérations arithmétiques.

Résultat spécifique

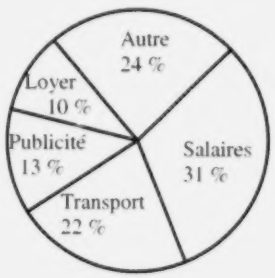
6.3 Résoudre des problèmes de budget, en utilisant des diagrammes et des tableaux pour communiquer les solutions.
[C, RP, T, V]

Exemples de tâches

[ ] Concepts
[✓] Méthodes
[✓] Résolution de problèmes

Question

1. Budget mensuel d'un club de hockey



D'après le diagramme circulaire, crée un tableau montrant la valeur de chaque dépense si le budget total disponible est de 3 000 000 $.

Solution

1.
Salaires	$= 0{,}31 \times 3\,000\,000$
Transport	$= 0{,}22 \times 3\,000\,000$
Publicité	$= 0{,}13 \times 3\,000\,000$
Loyer	$= 0{,}10 \times 3\,000\,000$
Autre	$= 0{,}24 \times 3\,000\,000$

Dépenses	Montant
Salaires	930 000 $
Transport	660 000 $
Publicité	390 000 $
Loyer	300 000 $
Autre	720 000 $

Question

2. Justine vient d'achever un projet scolaire portant sur les dépenses associées à un déménagement pour aller vivre dans son propre appartement. Voici le sommaire de ses observations.

Poste	Coût total
Loyer	600,00 $
Eau, gaz et électricité	48,00 $
Nourriture	175,00 $/personne
Câblodistribution	25,00 $
Assurance locataire	35,00 $
Téléphone	22,50 $
Transport	110,00 $/personne
Vêtements/frais personnels	120,00 $/personne

a) En supposant que Justine partagera les dépenses avec une colocataire, produis un diagramme circulaire qui représente ses dépenses dans chaque catégorie.
b) Si Justine avait une colocataire supplémentaire, lesquelles de ces dépenses changeraient? Ajuste ton tableau pour refléter ces changements et trace un nouveau diagramme circulaire représentant les nouvelles dépenses.

(suite)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Résoudre des problèmes de consommateur, en utilisant les opérations arithmétiques.

Résultat spécifique

6.3 Résoudre des problèmes de budget, en utilisant des diagrammes et des tableaux pour communiquer les solutions.
[C, RP, T, V]

Exemples de tâches

[ ] Concepts
[✓] Méthodes
[✓] Résolution de problèmes

(suite)

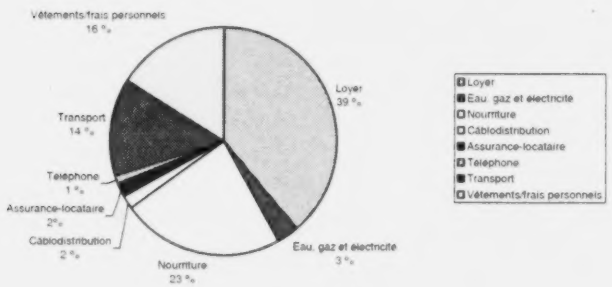
Solution

2. a)

Poste	Coût total	Dépenses de Justine	Pourcentage	Degrés
Loyer	600,00 $	300,00 $	39 %	140°
Eau, gaz et électricité	48,00 $	24,00 $	3 %	11°
Nourriture	350,00 $	175,00 $	23 %	83°
Câblodistribution	25,00 $	12,50 $	2 %	7°
Assurance-locataire	35,00 $	17,50 $	2 %	7°
Téléphone	22,50 $	11,25 $	1 %	4°
Transport	220,00 $	110,00 $	14 %	50°
Vêtements/frais personnels	240,00 $	120,00 $	16 %	58°
		770,25 $	100 %	360°

On peut utiliser des pourcentages ou des degrés pour définir les secteurs du diagramme circulaire.

Dépenses de Justine avec une co-locataire



Poste	Coût total	Dépenses de Justine	Pourcentage	Degrés
Loyer	600,00 $	200,00 $	31 %	112°
Eau, gaz et électricité	48,00 $	16,00 $	2 %	7°
Nourriture	525,00 $	175,00 $	27 %	97°
Câblodistribution	25,00 $	8,33 $	1 %	4°
Assurance-locataire	35,00 $	11,67 $	2 %	7°
Téléphone	22,50 $	7,50 $	1 %	4°
Transport	330,00 $	110,00 $	17 %	61°
Vêtements/frais personnels	360,00 $	120,00 $	19 %	68°
		648,50 $	100 %	360°

(suite)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Résoudre des problèmes de consommateur, en utilisant les opérations arithmétiques.

Résultat spécifique

6.3 Résoudre des problèmes de budget, en utilisant des diagrammes et des tableaux pour communiquer les solutions.
[C, RP, T, V]

Exemples de tâches

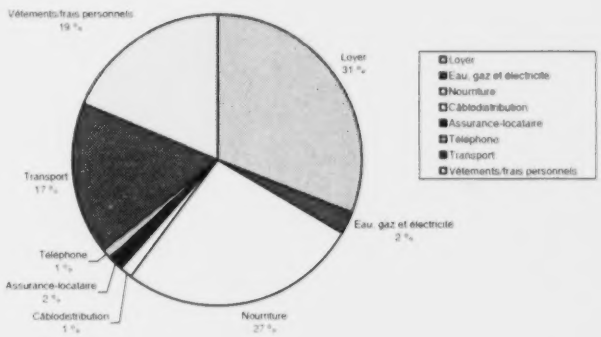
[ ] Concepts
[✓] Méthodes
[✓] Résolution de problèmes

(suite)

Solution

2. b)

Dépenses avec deux colocataires



Question

3. Imagine que tu es un étudiant qui terminera un programme d'études postsecondaires l'année prochaine. Tu t'attends à ce qu'on t'offre un emploi permanent et tu as décidé que tu achèteras une voiture et vivras seul dans un appartement. En tant qu'étudiant, tu as partagé un appartement avec deux colocataires et tu as utilisé les services de transport en commun. Lorsque tu commenceras à travailler, tu auras aussi un prêt étudiant à rembourser. Prépare deux budgets : un qui reflète tes dépenses en tant qu'étudiant et un autre qui reflète tes dépenses en tant que travailleur ayant un emploi à temps plein. Explique les choix que tu fais dans chaque budget.

Solution

3. Les réponses varieront, mais devraient refléter les coûts et les salaires courants, et peuvent ou non inclure les déductions salariales. Un exemple de réponse pourrait être :

Budget d'étudiant

Catégorie de dépenses	Dépenses par mois
Loyer (tiers)	175 $
Nourriture (à la maison et à l'extérieur)	180 $
Vêtements/frais personnels	110 $
Transport (autobus)	90 $
Assurance-locataire	25 $
Dépenses de prêt étudiant	5 $
Frais d'inscription et livres	350 $
Retenues sur le salaire d'un emploi à temps partiel	60 $
Total	995 $

(suite)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Résoudre des problèmes de consommateur, en utilisant les opérations arithmétiques.

Résultat spécifique

6.3 Résoudre des problèmes de budget, en utilisant des diagrammes et des tableaux pour communiquer les solutions.
[C, RP, T, V]

Exemples de tâches

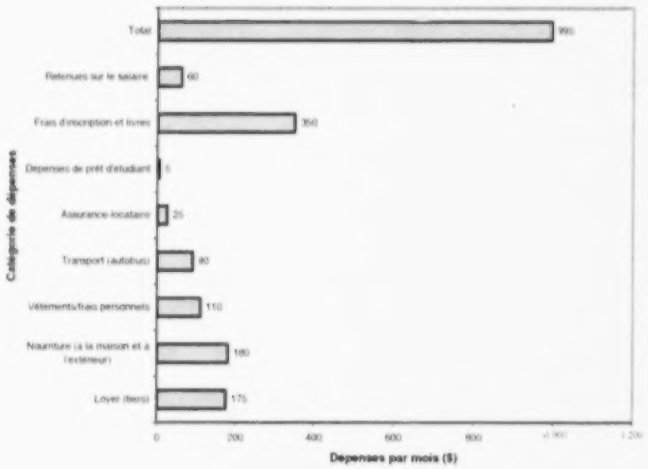
[ ] Concepts
[✓] Méthodes
[✓] Résolution de problèmes

(suite)

Solution

3.

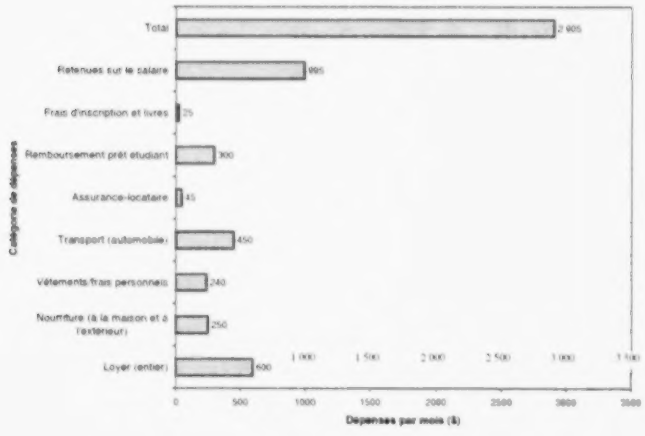
Budget d'étudiant



Budget de travailleur

Catégorie de dépense	Dépenses par mois
Loyer (entier)	600 $
Nourriture (à la maison et à l'extérieur)	250 $
Vêtements/frais personnels	240 $
Transport (automobile)	450 $
Assurance-locataire	45 $
Remboursement du prêt étudiant	300 $
Frais d'inscription et livres	25 $
Retenues sur le salaire	995 $
Total	2 905 $

Budget de travailleur



(suite)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Résoudre des problèmes de consommateur, en utilisant les opérations arithmétiques.

Résultat spécifique

6.3 Résoudre des problèmes de budget, en utilisant des diagrammes et des tableaux pour communiquer les solutions.
[C, RP, T, V]

Exemples de tâches

[ ] Concepts
[✓] Méthodes
[✓] Résolution de problèmes

(suite)

Solution

3. Explications :
   - Les dépenses pour l'automobile se fondent sur une automobile d'occasion coûtant moins de 10 000 $, puisque le salaire moyen de départ n'est pas suffisant pour se permettre une automobile neuve.
   - Le remboursement du prêt étudiant se fonde sur le remboursement de 20 000 $ sur sept ans.
   - La provision pour les vêtements est plus importante pour une personne qui travaille que pour un étudiant.
   - La provision pour la nourriture est plus importante, parce qu'une personne qui travaille peut être obligée de manger à l'extérieur plus souvent qu'un étudiant.
   - Aucune provision n'est faite pour des économies ou des investissements.

Description du rendement de l'élève (en fonction des tâches)	
L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut :	**L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :**
• répondre à la question 1; • traduire les chiffres du tableau de la question 2 en pourcentages ou en degrés et les représenter graphiquement à la partie a de la question 2; • repérer les postes dont le montant changera à la partie b de la question 2, apporter les modifications nécessaires aux données et achever les calculs et le graphique correspondants à la partie b de la question 2; • produire un budget d'étudiant à la question 3.	• produire un budget de travailleur à la question 3 et expliquer les choix qu'il a faits.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Résoudre des problèmes de consommateur, en utilisant les opérations arithmétiques.

Résultat spécifique

6.4 Tracer et décrire le graphique de données financières sous forme exponentielle.
[C, T, V]

[C] Communication
[L] Liens
[R] Raisonnement
[E] Estimation et calcul mental
[RP] Résolution de problèmes
[T] Technologie
[V] Visualisation

Notes :

- Ce résultat d'apprentissage spécifique a certains aspects en commun avec le résultat d'apprentissage spécifique 2.3 du cours de Mathématiques appliquées 20.
- Ce résultat d'apprentissage spécifique pourrait être intégré au résultat d'apprentissage spécifique 6.5
- Les données devraient être limitées à des données financières, comme l'amortissement d'une automobile ou la croissance d'un REER.

Description du rendement de l'élève (en fonction du résultat d'apprentissage spécifique)

L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut :

- générer les données d'après un scénario donné, tracer le graphique de ces données et en décrire les caractéristiques;
- analyser et interpréter les tendances qui se dégagent des données présentées sous forme graphique;
- faire des extrapolations ou des interpolations, étant donné un ensemble de données caractérisé par une courbe à croissance exponentielle.

L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :

- faire des prédictions fondées sur des modifications des paramètres du scénario.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Résoudre des problèmes de consommateur, en utilisant les opérations arithmétiques.

Résultat spécifique

6.4 Tracer et décrire le graphique de données financières sous forme exponentielle.
[C, T, V]

Exemples de tâches

[ ] Concepts
[✓] Méthodes
[ ] Résolution de problèmes

Question

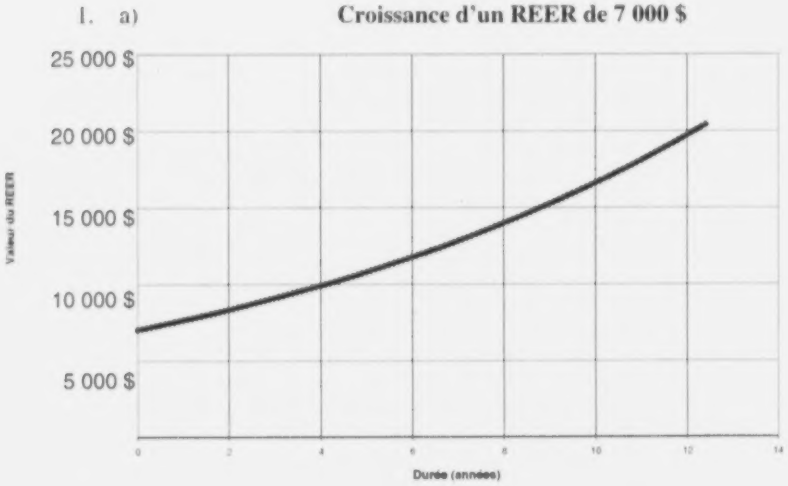
1. Un montant initial de 7 000 $ est investi dans un REER. La croissance de la valeur est la suivante.

Durée (années)	Valeur
0	7 000 $
1	7 630 $
2	8 316 $
3	9 065 $
4	9 881 $
5	10 770 $

a) Trace le graphique de ces données.
b) Estime le temps nécessaire pour que la valeur du REER atteigne 14 000 $.
c) Détermine quelle sera la valeur approximative du REER après 12 ans.

Solution

1. a)



b) Par extrapolation, on voit qu'il faudrait environ 8 années pour que la valeur atteigne 14 000 $.
c) Après 12 ans, le REER vaudra environ 19 700 $.

(suite)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Résoudre des problèmes de consommateur, en utilisant les opérations arithmétiques.

Résultat spécifique

6.4 Tracer et décrire le graphique de données financières sous forme exponentielle.
[C, T, V]

Exemples de tâches

[ ] Concepts
[✓] Méthodes
[ ] Résolution de problèmes

(suite)

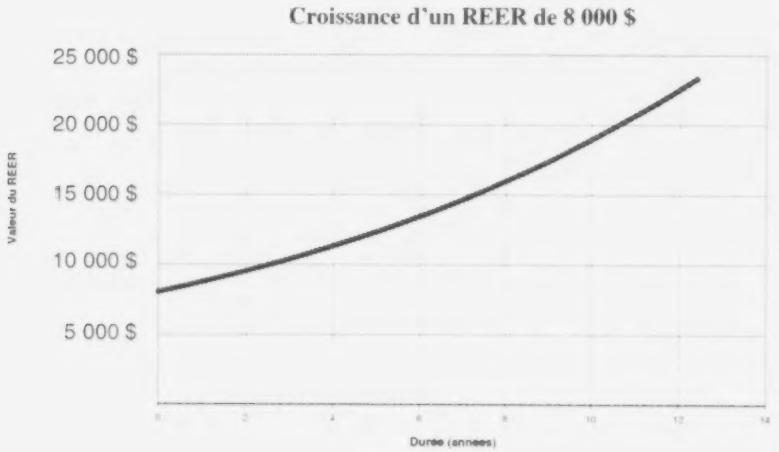
Question

2. Suppose qu'un investissement initial de 8 000 $ dans un REER rapporte de l'intérêt au même taux qu'à la question 1.
   a) Produis un tableau et trace le graphique des données.
   b) Compare ce graphique à celui de la question 1.
   c) Écris un énoncé général de ce qui se passe lorsque l'on modifie la cotisation initiale.
   d) Prédis ce qui arriverait au graphique si le taux d'intérêt changeait, mais que la cotisation initiale restait la même, et relie ces changements à la variation de la valeur des intérêts gagnés chaque année.

Solution

2. a)

Durée (années)	Valeur
0	8 000,00 $
1	8 720,00 $
2	9 504,80 $
3	10 360,23 $
4	11 292,65 $
5	12 308,99 $



(suite)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Résoudre des problèmes de consommateur, en utilisant les opérations arithmétiques.

Résultat spécifique

6.4 Tracer et décrire le graphique de données financières sous forme exponentielle.
[C, T, V]

Exemples de tâches

[ ] Concepts
[✓] Méthodes
[ ] Résolution de problèmes

(suite)

Solution

2. b) Comparativement à celui de la question 1, ce graphique a une pente plus raide.
   c) Si l'on augmente la cotisation initiale, l'intérêt s'accumule plus rapidement et la valeur augmente plus rapidement.
   d) Si le taux d'intérêt était plus faible, la pente du graphique serait moins forte. L'écart entre l'intérêt gagné pendant deux années consécutives augmenterait plus lentement. Si le taux d'intérêt était plus élevé, la pente du graphique serait plus raide. L'écart entre l'intérêt gagné pendant deux années consécutives augmenterait plus rapidement.

Description du rendement de l'élève (en fonction des tâches)	
L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut : • résoudre complètement les parties a, b et c des questions 1 et 2; • élaborer une stratégie pour résoudre la partie d de la question 2, mais avoir de la difficulté à donner une explication complète.	**L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :** • résoudre complètement la partie d de la question 2.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Résoudre des problèmes de consommateur, en utilisant les opérations arithmétiques.

Résultat spécifique

6.5 Résoudre des problèmes d'investissement et de crédit comprenant des intérêts simples et composés.
[L, RP, T]

[C] Communication
[L] Liens
[R] Raisonnement
[E] Estimation et calcul mental
[RP] Résolution de problèmes
[T] Technologie
[V] Visualisation

Notes :

- Ce résultat d'apprentissage spécifique correspond au résultat d'apprentissage spécifique 4.4 du cours de Mathématiques appliquées 20.
- Ce résultat d'apprentissage spécifique se prête à l'utilisation d'une calculatrice à affichage graphique, en particulier les fonctions financières.
- L'élève devrait être capable d'utiliser $M = C(1 + i)^n$ pour calculer M, C, i et n.
- Diverses méthodes peuvent être appliquées pour évaluer i et n, y compris la supposition et la vérification, l'estimation à partir d'un graphique, l'analyse à l'aide d'un tableur ou l'utilisation des fonctions financières d'une calculatrice. L'utilisation des logarithmes correspond à un résultat d'apprentissage spécifique du cours de Mathématiques pures 30.

Description du rendement de l'élève (en fonction du résultat d'apprentissage spécifique)	
L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut :	**L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :**
• calculer M, C, i et n à l'aide des fonctions financières d'une calculatrice; • modifier les unités de i et n, au besoin.	• calculer M et C algébriquement; • appliquer une méthode logique pour trouver des valeurs raisonnables pour i et n.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

Résultats d'apprentissage

Résultat général

Résoudre des problèmes de consommateur, en utilisant les opérations arithmétiques.

Résultat spécifique

6.5 Résoudre des problèmes d'investissement et de crédit comprenant des intérêts simples et composés. [L, RP, T]

Exemples de tâches

[ ] Concepts
[✓] Méthodes
[✓] Résolution de problèmes

Question

1. Combien d'argent faut-il investir aujourd'hui à un taux d'intérêt de 6,5 %, composé semi-annuellement, afin de posséder 1 000 $ dans cinq ans?

Solution

1. Solution algébrique :

$$M = C(1+i)^n \qquad i = \frac{0{,}065}{2}$$

$$1000 = C(1{,}0325)^{5\times 2} \qquad = 0{,}0325$$

$$\frac{1000}{(1{,}0325)^{10}} = C$$

$$726{,}27\ \$ = C$$

Solution à l'aide des fonctions financières :
Le montant est de 726,27 $.
[N = 10, PMT = 0, FV = 1000, P/Y = 2, C/Y = 2, BEGIN]

Question

2. Une banque offre un prêt hypothécaire de 100 000 $ amorti sur 10 ans au taux de 6,75 % par année, composé semi-annuellement.
   a) Détermine la valeur du paiement mensuel.
   b) Détermine le montant total à payer, y compris l'intérêt.
   c) Si un autre prêt hypothécaire est offert au taux de 6,45 % au lieu de 6,75 %, détermine le paiement mensuel et le montant total à payer.
   d) Quels seraient les changements si les prêts hypothécaires étaient amortis sur 15 années?

Solution

2. À l'aide du programme financier d'une calculatrice à affichage graphique :
   a) Le paiement mensuel est de 754,84 $. [PV = –100 000, N = 240, FV = 0, P/Y = 12, C/Y = 2]
   b) Le paiement total sera de 181 162,56 $.
   c) Si le taux d'intérêt change et devient 6,45 %, le paiement mensuel sera de 737,65 $ et le montant total payé sera de 177 036,00 $.
   d) Changer N pour le fixer à 180 et le paiement mensuel sera de 879,76 $ au taux de 6,75 % et de 863,70 $ au taux de 6,45 %. Le montant total payé sera de : 155 466,00 $ à 6,45 % et de 158 356,80 $ à 6,75 %.

Description du rendement de l'élève (en fonction des tâches)	
L'élève qui atteint le *standard acceptable* peut :	**L'élève qui atteint le *standard d'excellence* peut aussi :**
• résoudre toutes les parties des questions 1 et 2 à l'aide d'un programme informatique financier.	• résoudre la question 1 algébriquement.

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)

© Alberta Learning (Alberta) Canada (2003)